ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 OCTOBRE 1950.

PRÉSIDENCE DE M. GASTON JULIA.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ENSEMBLES ET FONCTIONS. — *Les applications du théorème général de Vitali.* Note de M. **Arnaud Denjoy.**

Les théorèmes établis dans les Notes des 18 et 25 septembre 1950 permettent d'étendre à tout espace où une métrique borélienne des ensembles est définie, les théorèmes fondamentaux concernant l'épaisseur des ensembles cartésiens et la dérivation des fonctions de variables réelles.

La présente Note fait suite à celles des 18 et 25 septembre (1). Nous nous plaçons dans le cas particulier où les ensembles ω et γ ne se distinguent pas : $\gamma=\gamma(\omega)=\omega=\omega(\gamma)$. Les résultats déjà établis mènent à l'exposé suivant :

U est un espace où est définie une fonction métrique $\varphi(E)$ non négative, borélienne, c'est-à-dire complètement additive, et aussi soustractive :

$\varphi(\Sigma E_n)=\Sigma\varphi(E_n)$, si les E_n mesurables-φ sont disjoints; et $\varphi(E-E.E')=\varphi(E)-\varphi(E.E')$, le premier et le troisième terme existant si E et E' sont mesurables-φ. Si E n'est pas mesurable-φ, on considère les mesures extérieures $\varphi_e(E)$ et intérieure $\varphi_i(E)$ de E, bornes strictes respectivement inférieure et supérieure de $\varphi(E')$ et de $\varphi(E'')$, E' et E'' étant mesurables-φ, avec $E'\supset E\supset E''$.

Ces mesures $\varphi_e(E)$, $\varphi_i(E)$ présentent une sorte d'additivité complète. Si $E=\Sigma E_n$, et si $E_n\subset K_n$, les K_n étant mesurables-φ et disjoints : $\varphi_e(E)=\Sigma\varphi_e(E_n)$, $\varphi_i(E)=\Sigma\varphi_i(E_n)$.

Si une suite d'ensembles D_n, non-mesurables-φ dans le cas général, décroît et a pour ensemble limite Δ et si $\Gamma_n\subset D_n$, Δ et Γ_n étant mesurables-φ, avec $\varphi(\Gamma_n)\geqq\varphi(\Delta)$, on en conclut $\varphi(\Delta)=\lim_{n\infty}\varphi(\Gamma_n)$.

On décompose D_n en trois ensembles disjoints $D=\Delta+X_n+Y_n$, X_n étant mesurable-φ, avec $\varphi(X_n)=\varphi_i(D-\Delta)$, et X_n pouvant être supposé décroissant; $\varphi_i(Y_n)=0$. D'après $\Gamma_n\subset D_n$, $\Gamma_n=\Gamma_n.D_n$; $\Gamma_n=\Gamma_n.\Delta+\Gamma_n.X_n+\Gamma_n.Y_n$. Dans cette égalité le dernier ensemble est mesurable, les autres l'étant. Donc $\varphi(\Gamma_n.Y_n)=0$.

---

(1) *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 560-562 et 600-602.

La limite de $X_n + Y_n$ étant l'ensemble vide, puisque $\lim D_n = \Delta$, on en conclut

$$\overline{\lim}\,\varphi(\Gamma_n) = \overline{\lim}\,\varphi(\Gamma_n.\Delta) \leq \varphi(\Delta),$$

et comme d'après l'hypothèse, $\underline{\lim}\,\varphi(\Gamma_n) \geq \varphi(\Delta)$, l'égalité $\lim \varphi(\Gamma_n) = \varphi(\Delta)$ est établie. Elle nous permet de compléter comme ci-dessous le corollaire II et la conclusion du théorème général de ma Note du 25 septembre.

Rappelons qu'un point M de l'espace U est dit *indéfiniment couvert au sens de la métrique-φ* par une famille P d'ensembles ω, si M est commun à une suite d'ensembles ω_n de G dont la mesure extérieure $\varphi(\omega_n)$ tend vers zéro.

Nous dirons que *la famille* G *d'ensembles* γ *est régulière au sens de la métrique-φ* si elle remplit les conditions suivantes :

1° *Tout ensemble* γ *de* G *a une mesure-φ déterminée et positive ;*

2° *Quel que soit* γ *dans* G, *les points* M *de* U *étrangers à* γ *et indéfiniment couverts* (au sens de la métrique-φ) *par les* γ' *joints à* γ *forment un ensemble* $\rho(\gamma)$ *de mesure-φ nulle* (éventuellement vide) ;

3° *Il existe deux nombres a et b* ($1 < a < b$) *indépendants de* γ, *tels que la réunion* $\Omega(\gamma)$ *des* γ' *de* G *joints à* γ *et vérifiant* $\varphi(\gamma') < a\varphi(\gamma)$ *a une mesure extérieure moindre que* $b\varphi(\gamma)$: $\varphi_e[\Omega(\gamma)] < b\varphi(\gamma)$;

4° *La mesure extérieure de l'ensemble* D *réunion des* γ *est finie :* $\varphi_e(D) < \infty$.

Nous désignons par $\Delta(G)$ l'ensemble indéfiniment couvert par les γ de G, au sens de la métrique-φ.

Dans l'espace cartésien U_r à r dimensions et avec la métrique euclidienne et borélienne d'ordre r, tout groupement borné G d'ensembles mesurables γ dont la mesure est supérieure à une fraction fixe de d^r, d étant le diamètre de γ, est une famille régulière. C'est pourquoi le théorème classique de Vitali est englobé dans le suivant.

Théorème. — *Il existe une collection dénombrable* $\Gamma = \Sigma\gamma_i$ *d'ensembles* $\gamma_1, \gamma_2, \ldots$ *disjoints, appartenant à* G *et tels que :*

1° *L'ensemble des points de* $\Delta = \Delta(G)$ *non couverts par l'ensemble* Γ *a la mesure-φ nulle :* $\varphi(\Delta - \Delta.\Gamma) = 0$;

2° Δ *est mesurable-φ* : $\varphi(\Delta) = \varphi(\Delta.\Gamma)$;

3° *Le nombre positif* ε *ayant été préalablement donné quelconque,*

$$\varphi(\Gamma) < \varphi(\Delta) + \varepsilon.$$

De ce théorème se déduisent facilement toutes les propositions qui viendront ci-après.

J étant un ensemble mesurable-φ inclus dans $\Delta = \Delta(G)$, nous définissons comme il suit les *épaisseurs supérieure, inférieure,* éventuellement *exacte de* J *en un de ses points* M, *relativement à la famille régulière* G, *et au sens de la métrique-φ*. Ces nombres $\eta_s(J, M, G)$, $\eta_i(J, M, G)$, $\eta(J, M, G)$ sont respectivement les plus grande, plus petite, exacte limites du rapport $\varphi(J.\gamma)/\varphi(\gamma)$ quand, γ contenant M, $\varphi(\gamma)$ tend vers zéro. On peut considérer des épaisseurs analogues extérieures et intérieures.

THÉORÈME. — *Si en tout point* M *de l'ensemble* H *inclus dans* $\Delta = \Delta(G)$, *l'épaisseur extérieure et inférieure de* H *est moindre que* θ, *inférieur à* 1 *et indépendant de* M, *il est impossible que* $\varphi(\Delta) < \theta^{-1}\varphi_e(H)$.

Soit H un ensemble inclus dans $\Delta = \Delta(G)$ et G' l'ensemble des γ joints à H; $\Delta' = \Delta(G') \supset H$. Il peut se faire que $\varphi(\Delta') > \varphi_e(H)$.

Exemple. — C_1 et C_2 sont deux couronnes circulaires ouvertes de centre commun O, de rayons extrêmes (1, 2) et (3, 6). Un γ est un couple quelconque de cercles homothétiques par rapport à o avec le rapport 3, l'un intérieur à C_1, l'autre à C_2. La famille G est régulière, $\Delta(G) = C_1 + C_2$. Si H est dans C_1, $\varphi(\Delta') = 10\varphi_e(H)$.

THÉORÈME. — *L'épaisseur de l'ensemble* $\Delta = \Delta(G)$ *par rapport à la famille régulière* G *dont* Δ *est l'ensemble de recouvrement indéfini au sens de la métrique-*φ, *cette épaisseur* $\eta(\Delta, M, G)$ *est égale à* 1 *sauf éventuellement aux points* M *d'un ensemble de mesure-*φ *nulle.*

Nous appelons *plénitude-*φ d'un ensemble E mesurable-φ tout ensemble K inclus dans E, mesurable-φ et tel que $\varphi(E - K) = 0$.

Les ensembles E appartenant à U, soit $\psi(E)$ une *fonction d'ensemble borélienne*, à savoir complètement additive [si les E_n sont disjoints, les $\psi(E_n)$ définis, la série $\Sigma\psi(E_n)$ *absolument* convergente, $\psi(E)$ existe et vaut $\Sigma\psi(E_n)$] et soustractive (*voir* plus haut).

1. G étant une famille régulière d'ensembles γ, nous dirons que ψ est *définie dans le champ* $\Delta(G)$, si $\psi(E)$ a une valeur déterminée finie, quel que soit E mesurable-φ et inclus dans $\Delta(G)$.

Si la fonction $\psi(E)$ est définie dans le champ $\Delta(G)$, nous appelons *dérivé supérieur, inférieur et dérivée exacte de la fonction d'ensemble* $\psi(E)$ *en un point* M *de* $\Delta(G)$ *et relativement à la famille régulière* G, respectivement la plus grande, la plus petite, et l'unique limites du rapport $\psi(\Delta.\gamma)/\varphi(\gamma)$ quand, l'ensemble γ de G contenant M, la mesure $\varphi(\gamma)$ tend vers zéro.

THÉORÈME. — *Les nombres dérivés extrêmes d'une fonction d'ensemble relativement à la famille régulière* G *sont des fonctions mesurables-*φ.

2. Nous dirons que ψ, définie dans le champ $\Delta(G)$, y est *bornée*, si le nombre $\psi(E)$ est borné, indépendamment de E, mesurable-φ, inclus dans $\Delta(G)$.

THÉORÈME. — *Si la fonction d'ensemble* $\psi(F)$ *est définie et bornée dans le champ* $\Delta(G)$, *l'ensemble des points de* $\Delta(G)$ *où, relativement à la famille* G, ψ *possède un dérivé infini à la mesure-*φ *nulle.*

Nous dirons que la fonction d'ensemble $\psi(E)$ définie et bornée dans le champ $\Delta(G)$, y est *métriquement continue*, si $\psi(E)$ tend vers zéro en même temps que $\varphi(E)$, E mesurable-φ variant indifféremment dans $\Delta(G)$.

3. Nous dirons que la famille régulière G d'ensemble γ est *parfaitement régulière* si, quel que soit l'ensemble H mesurable-φ inclus dans $\Delta(G)$, la famille G' des ensembles γ de G joints à H vérifie, étant posé $\Delta' = \Delta(G)(\Delta' \supset H)$, l'égalité $\varphi(\Delta') = \varphi(H)$.

Les familles d'ensembles de U_r citées plus haut sont parfaitement régulières.

Théorème. — *Si, la famille* G *d'ensembles* γ *étant parfaitement régulière, la fonction d'ensemble* $\psi(E)$ *est définie, bornée et métriquement continue sur* $\Delta(G)$, $\psi(E)$ *possède par rapport à la famille* G *une dérivée finie exacte sur une plénitude-*φ *de* (G).

Ces propositions étendent à tout espace où une métrique borélienne non négative des ensembles est définie, et sans considération de distance entre points ni de topologie, certains théorèmes fondamentaux relatifs à la métrique euclidienne des ensembles cartésiens et aux nombres dérivés des fonctions d'une variable réelle.

CHALEUR. — *Influence de la nature des surfaces sur la condensation de jets moléculaires d'antimoine.* Note de MM. **Gustave Ribaud** et **Marcel Devienne**.

Nous avons indiqué, dans une précédente Note [1], comment nous utilisons les radio-éléments artificiels pour étudier la condensation des jets moléculaires sur des surfaces.

Nous avons, à une température donnée, déterminé l'influence de la nature de la surface sur le facteur de condensation des molécules d'antimoine tombant sur celle-ci. Pour cela, pendant un même temps, et dans les mêmes conditions (même température du four, même diaphragme et même distance à l'orifice du four) nous avons soumis des plaques de nature différente à un jet moléculaire d'antimoine radioactif. Le nombre de particules β émis par le dépôt laissé sur les plaques est mesuré au compteur de Geiger.

On a pu ainsi mettre en évidence que le facteur de condensation de l'antimoine sur le cuivre est, au voisinage de 70°C, plus élevé que sur le verre, et plus grand lui-même que celui de l'antimoine tombant sur l'aluminium. La mesure du nombre de particules β émises en moyenne par minute, permet de donner une valeur, à quelques pour-cents près, du rapport entre les facteurs de condensation de l'antimoine vis-à-vis du verre et de l'aluminium par rapport au cuivre.

On trouve ainsi

$$\frac{\text{verre}}{\text{cuivre}} = 0,52, \qquad \frac{\text{aluminium}}{\text{cuivre}} = 0,44.$$

Cette observation a d'ailleurs été complétée en effectuant les autoradiographies des plaques de condensation, ce qui a, en particulier, un double avantage : tout d'abord de permettre une détermination de l'ordre suivant lequel se répartissent les facteurs de condensation de l'antimoine sur différents métaux, et, d'autre part, de rendre décelables des dépôts qui ne le sont pas par ailleurs, même au microscope.

---

(1) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1811.

On peut, de cette façon, comparer les résultats obtenus qualitativement par les deux méthodes. Ces résultats sont pratiquement identiques.

La méthode des autoradiographies permet également une comparaison plus directe de l'influence des surfaces. Il suffit, pour cela, de prendre deux demi-plaques identiques, mais constituées par des métaux différents, de les accoler et de les placer symétriquement par rapport à l'orifice du four, aucun diaphragme ne limitant le jet moléculaire. On place ensuite les deux demi-plaques, toujours accolées, sur la surface d'un film radiographique, et l'on compare les deux plages de part et d'autre de la ligne de séparation des deux demi-plaques.

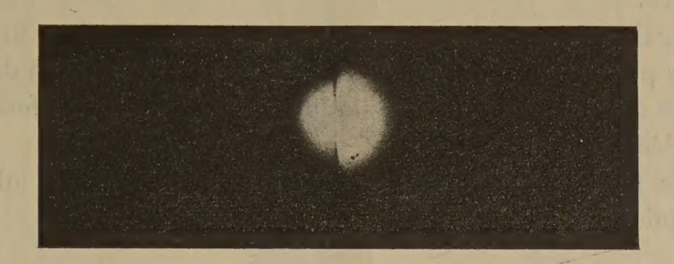


Fig. 1.

Les autoradiographies obtenues démontrent qu'il existe effectivement de grandes différences entre ces plages. La figure 1, qui représente deux demi-plaques, l'une en aluminium et l'autre en cuivre, surfaces qui ont été toutes deux polies, fait voir la netteté du phénomène. Cette méthode permet, d'une façon générale, de confirmer qualitativement les résultats précédents.

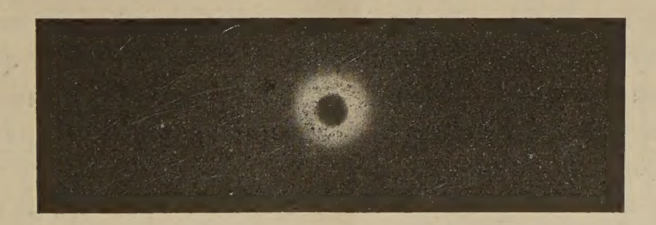


Fig. 2.

Il est également possible d'en tirer des valeurs des rapports des facteurs de condensation. Si l'on remarque que les densités d'impact sont proportionnelles à la quatrième puissance du cosinus de l'angle formé par l'axe de symétrie du jet moléculaire avec la direction d'impact considérée, on en déduit que le rapport des facteurs de condensation est inversement proportionnel aux quatrièmes puissances des cosinus des angles des plages observées sur les demi-plaques.

Dans le cas présent, on retrouve à quelques pour-cents près, le même

rapport que celui obtenu précédemment au moyen du compteur de Geiger. Étant donnée la difficulté de déterminer exactement le diamètre des plages, on doit admettre que ce résultat est satisfaisant.

Dans une autre série d'expériences, le jet moléculaire, avant d'aborder la plaque de condensation, traverse un faible orifice percé dans une plaque susceptible de recevoir ainsi les atomes réfléchis ou réémis.

Par autoradiographie on peut mettre ainsi en évidence les faibles dépôts dus aux molécules réfléchies. La figure 2 représente la condensation, sur une plaque annulaire en cuivre, des molécules d'antimoine réfléchies par une plaque de verre.

On peut également mesurer le rapport entre le nombre de particules β émises par les plaques sur lesquelles s'effectue la condensation directe des jets moléculaires et celles émises par les plaques sur lesquelles s'effectue la condensation des molécules réfléchies.

Les valeurs trouvées confirment pleinement les résultats obtenus par la première technique.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action des sucres et des vitamines sur le mode de végétation du* Poa annua L. *en culture aseptique*. Note de MM. **Joseph Magrou** et **François Mariat**.

Expériences montrant que la production de rhizomes par le *Poa annua* est sous la dépendance de la concentration moléculaire des sucs de la plante.

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons montré que le *Poa annua* cultivé en plaine dans une terre prélevée à haute altitude, devient vivace lorsqu'il contracte une symbiose mycorhizienne avec les champignons qui peuplent le sol des montagnes. Nous entretenons en serre une telle culture symbiotique, issue de semis faits le 2 octobre 1946, qui se multiplie par rhizomes et prolifère de façon exubérante.

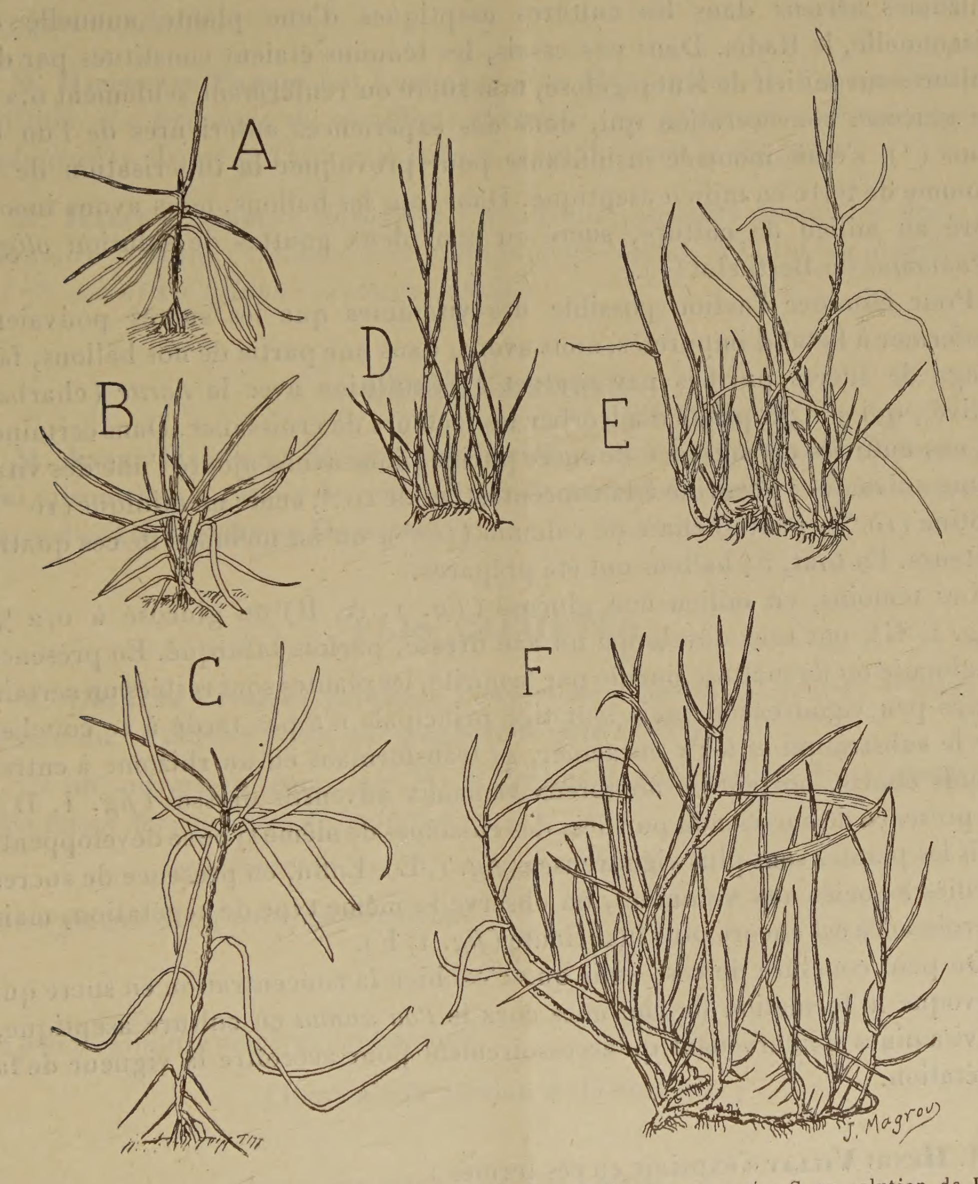
Nous nous sommes proposé de rechercher par quel mécanisme le champignon provoque la formation de rhizomes chez une espèce qui en est habituellement dépourvue. Plusieurs interprétations sont possibles : on peut imaginer que le champignon agit en élevant, par un processus d'anatonose, la pression osmotique des sucs de la plante, ou qu'il introduit dans celle-ci des facteurs de croissance capables de modifier le développement, ou enfin qu'il intervient par ces deux mécanismes à la fois.

Pour décider entre ces diverses hypothèses, nous avons fait des cultures aseptiques de *Poa annua* en solution de Knop renfermant 10 % de glucose ou

---

([1]) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 22.

19 % de maltose (produits R. A. L.). Les caryopses, stérilisés par un séjour d'environ 12 heures dans l'eau oxygénée à 12 volumes, sont semés sur coton imbibé d'eau bidistillée. Après germination, ils sont transportés aseptiquement



Cultures aseptiques de *Poa annua* : A et B, en solution de Knop non sucrée; C, en solution de Knop renfermant 0,2 % de glucose; D, en solution de Knop + 10 % de glucose purifié par la norite; E, en solution de Knop + 10 % de glucose non purifié; F, en solution de Knop + 10 % de glucose purifié + acide nicotinique à 10^{-6}. Réduit d'un tiers.

dans des ballons d'un litre, renfermant chacun 200^{cm^3} de solution nutritive gélosée, à raison d'un caryopse par ballon. Les ballons sont fermés par un tampon de coton, auquel on superpose un bouchon de caoutchouc. Selon

Molliard, en effet [2], la fermeture hermétique des récipients de culture favorise l'absorption des sucres par les racines, et cet auteur a obtenu, sur milieux sucrés renfermés dans des tubes bouchés au caoutchouc, la formation de rhizomes aériens dans les cultures aseptiques d'une plante annuelle ou bisannuelle, le Radis. Dans nos essais, les témoins étaient constitués par des cultures sur milieu de Knop gélosé, non sucré ou renfermant seulement 0,2 % de glucose, concentration qui, dans des expériences antérieures de l'un de nous [3], s'était montrée insuffisante pour provoquer la tubérisation de la Pomme de terre en milieu aseptique. Dans tous les ballons, nous avons incorporé au milieu de culture, sucré ou non, deux gouttes de solution *oligodynamique* de Berthelot [4].

Pour éliminer l'action possible des vitamines que les sucres pouvaient renfermer à l'état d'impuretés, nous avons, dans une partie de nos ballons, fait usage de sucres purifiés par contact à l'ébullition avec la *norite* (charbon activé), qui a la propriété d'adsorber les facteurs de croissance. Dans certaines de nos cultures en présence de sucre purifié, nous avons ajouté l'une des vitamines suivantes : aneurine à la concentration de 10^{-6}, acide nicotinique (10^{-6}), biotine (10^{-8}), pantothénate de calcium (10^{-6}), ou un mélange de ces quatre facteurs. En tout, 54 ballons ont été préparés.

Les témoins, en milieu non glucosé (*fig.* 1, A, B) ou glucosé à 0,2 % (*fig.* 1, C), ont tous développé un axe dressé, parfois bifurqué. En présence de glucose ou de maltose purifié par la norite, les plantes sont restées un certain temps peu vigoureuses, mais leur tige principale n'a pas tardé à se coucher sur le substratum et à s'y enraciner, se transformant en un rhizome à entrenœuds courts, portant de nombreux rameaux adventifs dressés (*fig.* 1, D). En présence de sucres non purifiés, des rhizomes de même type se développent, mais les plantes sont plus vigoureuses (*fig.* 1, E). Enfin, en présence de sucres purifiés associés aux vitamines, on observe le même type de végétation, mais la croissance est encore plus luxuriante (*fig.* 1, F).

On peut conclure de ces essais que c'est bien la concentration en sucre qui provoque la formation de rhizomes chez le *Poa annua* en culture aseptique, les vitamines n'intervenant qu'accessoirement pour accroître la vigueur de la végétation.

M. **Henri Villat** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un travail de M. Maurice Parodi sur les *Équations intégrales et* la *transformation de Laplace*, Ouvrage dont j'ai écrit la *Préface*.

---

(2) *Rev. Gén. Bot.*, 19, 1907, p. 241 et 329.
(3) J. Magrou, *C. R. Soc. Biol.*, 130, 1939, p. 1163.
(4) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 16, 1934, p. 1553.

M. Parodi est l'un des jeunes mathématiciens les plus renseignés sur cette matière qui lui doit beaucoup. Son livre rendra les plus grands services et la Mécanique, spécialement la Mécanique des Fluides, y trouvera l'occasion de progrès nombreux.

M. **Hippolyte Parodi** fait hommage d'un Ouvrage de M. Charles Frérot, intitulé : *La technique du chauffage électrique; ses applications domestiques et industrielles*. Tome I. *Théories et calculs*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Harlow Shapley** adresse à l'Académie plusieurs fascicules dont un Mémoire intitulé : *Galactic and extragalactic studies, XX. On the distribution of* 78,000 *of the brighter northern galaxies*.

DÉSIGNATIONS.

M. **André Mayer** est désigné pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu au mois de juin 1951, à l'occasion du cinq-centième anniversaire de l'**Université de Glascow**.

PLIS CACHETÉS.

M. **Charles Pitoiset** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 23 janvier 1950, et enregistré sous le nº 12646.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Résolution des équations de la forme*

$$x^n + a_1 p x^{n-2} + a_2 p^2 x^{n-4} + \ldots + a_k p^k x^{n-2k} + \ldots + q = 0,$$

le coefficient a_k du terme général étant

$$a_k = \frac{n}{n-k} C_{n-k}^k$$

et p et q étant des nombres quelconques.

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Encyclopédie entomologique. XXVI. *La biologie des Diptères*, par Eugène Séguy (présenté par M. P.-P. Grassé).

2° United States Department of Commerce. Weather Bureau. *The Thun-*

derstorm. Report of the Thunderstorm Project. HORACE B. BYERS, director; ROSCOE R. BRAHAM, Jr., Senior Analyst.

3° Id. *Technical Paper*, n° 1.

4° *Lackkunstharze*, par HANS WAGNER et HANS FRIEDRICH SARX, avec la collaboration de BERNHARD CYRIAX et ADOLF WEIHE.

5° *Kunststoff-Taschenbuch*, begründet VON F. PABST, neu bearbeitet VON HJ. SAECHTLING und W. ZEBROWSKI. 8 Ausgabe.

6° *Izvestia Akademii naouk SSSR.* Otdelenie teknitcheskik naouk. I.

Il signale également un fascicule polycopié : Harvard College Observatory. The American Association of variable star observers. *Quarterly report*, n° 1.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Développements en séries entières des fonctions de Legendre et associées de Legendre, au voisinage de chacun des points singuliers* ± 1. Note de M. **LOUIS ROBIN**, présentée par M. Henri Villat.

On donne des formules qui complètent celles du traité bien connu de Hobson : *Spherical and ellipsoïdal Harmonics*, Cambridge, 1931, p. 220-227.

Dans ce qui suit, sauf au paragraphe 7 ou convention expresse, μ est supposé hors de la coupure du plan complexe, le long du demi-axe réel $(-\infty, +1)$.

1. La première formule de transformation de Gauss-Goursat permet, n et m étant des nombres quelconques, réels ou complexes, et μ tel que $|\mu+1|<2$, d'obtenir le développement qui suit de la fonction associée, de première espèce

$$(1)\quad P_n^m(\mu)=\frac{(-m-1)!}{(n-m)!\,(-n-m-)}\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right)^{\frac{m}{2}}F\left(-n,\,n+1;\;1+m;\,\frac{\mu+1}{2}\right)$$
$$-\frac{\sin n\pi}{\pi}(m-1)!\,e^{\mp im\pi}\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^{\frac{m}{2}}F\left(-n,\,n+1,\;1-m;\,\frac{\mu+1}{2}\right),$$

où F désigne la fonction hypergéométrique, $x! = \Gamma(x+1)$, et où les signes supérieur et inférieur $(\mp)$ sont, respectivement, à utiliser pour l'exponentielle, suivant que la partie imaginaire de μ est positive ou négative.

2. Pour m réel, entier et n quelconque, (1) est indéterminée.

Supposant d'abord $m\to 0$, nous avons obtenu la formule suivante, à partir de (1), au moyen de développements limités des différents termes du second membre de cette formule, au voisinage de $m=0$:

$$(2)\quad P_n(\mu)=\frac{\sin n\pi}{\pi}\left[\log\frac{1+\mu}{1-\mu}+2\psi(n)+\pi\cot n\pi\right]F\left(-n,\,n+1;\;1;\,\frac{\mu+1}{2}\right)$$
$$-2\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(n+p)!\,\psi(p)}{(n-p)!\,(p!)^2}\left(-\frac{\mu+1}{2}\right)^p,$$

avec $\psi(x) = d\log(x!)/dx$ étant seulement assujetti à $|\mu+1| < 2$, pouvant donc être réel et compris entre -1 et $+1$.

On peut aussi, par ce procédé, retrouver directement la formule de Hille, sous une forme un peu simplifiée.

3. Pour m entier, positif, $|\mu+1| < 2$, nous avons trouvé par la même méthode de passage à la limite

$$(3)\quad P_n^m(\mu) = \frac{(n+m)!}{(n-m)!}\left(\frac{(-2)^m}{(\mu^2-1)^{\frac{m}{2}}}\sum_{p=0}^{m-1}\frac{(m-p-1)!\left(-\frac{\mu+1}{2}\right)^p}{p!(m+n-p)!(m-n-p-1)!} + \frac{\sin n\pi}{\pi}\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right)^{\frac{m}{2}}\right.$$
$$\times\left\{\frac{1}{m!}\log\frac{\mu+1}{2}\,F\left(-n, n+1; 1+m; \frac{\mu+1}{2}\right)\right.$$
$$+\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(n+p)!\left(-\frac{\mu+1}{2}\right)^p}{p!(n-p)!(m+p)!}$$
$$\left.\left.\times[\psi(p+n)+\psi(p-n-1)-\psi(p+m)-\psi(p)]\right\}\right).$$

Pour m entier, négatif, le développement correspondant est obtenu immédiatement par la formule qui relie P_n^m et P_n^{-m}.

4. Pour n et m quelconques, la formule qui relie $P_n^m(\mu)$, $P_n^m(-\mu)$ et $Q_n^m(\mu)$ permet d'avoir le développement suivant, valable pour $|\mu-1| < 2$:

$$(4)\quad Q_n^m(\mu) = \frac{e^{im\pi}}{2}\left[(m-1)!\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right)^{\frac{m}{2}}F\left(-n, n+1; 1-m; \frac{1-\mu}{2}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{(n+m)!(-m-1)!}{(n-m)!}\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^{\frac{m}{2}}F\left(-n, n+1; 1+m; \frac{1-\mu}{2}\right)\right].$$

Le développement correspondant, valable pour $|\mu+1| < 2$, s'obtient au moyen de la formule qui relie $Q_n^m(\mu)$ et $Q_n^m(-\mu)$.

5. Pour m réel, entier et n quelconque ou entier, (4) est indéterminée.

Pour $m \to 0$, nous avons trouvé, par la même méthode de passage à la limite qu'au paragraphe 2, pour n quelconque et $|\mu-1| < 2$:

$$(5)\qquad Q_n(\mu) = \frac{1}{2}\log\frac{\mu+1}{\mu-1}\,F\left(-n, n+1; 1; \frac{1-\mu}{2}\right)$$
$$+\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(n+p)!}{(n-p)!}\,\frac{\left(\frac{\mu-1}{2}\right)^p}{p!}[\psi(p)-\psi(n)].$$

La simplification est immédiate pour n entier, positif ou nul et μ quelconque, (mais non réel et compris entre -1 et $+1$).

Même moyen d'obtention des développements en fonction de $(\mu+1)/2$, qu'à la fin du paragraphe 4.

6. Le procédé de passage à la limite nous a donné, pour m entier, positif et n quelconque.

$$
(6)\quad Q_n^m(\mu)=\frac{1}{2}\left\{(-1)^m\left(\frac{\mu+1}{\mu-1}\right)^{\frac{m}{2}}\sum_{p=0}^{m-1}\frac{(n+p)!\,(m-p-1)!}{(n-p)!\,p!}\left(\frac{1-\mu}{2}\right)^p+\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^{\frac{m}{2}}\right.
$$

$$
\times\left\{\frac{1}{m!}\left[\log\frac{\mu+1}{\mu-1}-\varphi(n+m)-\psi(n-m)\right]\right.
$$

$$
\times F\left(-n,\,n+1;\,1+m;\,\frac{1-\mu}{2}\right)
$$

$$
\left.+\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(n+p)!\,\psi(m+p)}{(n-p)!\,p!\,(m+p)}\left(\frac{\mu-1}{2}\right)^p\right\}
$$

$$
\left.+\frac{(\mu^2-1)^{\frac{m}{2}}}{2^m}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{(n+m+p)!\,\psi(p)}{(n-m-p)!\,p!\,(m+p)!}\left(\frac{\mu-1}{2}\right)^p\right\}.
$$

La simplification est encore immédiate pour n entier, $\geqq m$.

Même moyen qu'à la fin du paragraphe 4 d'obtention des développements en $(\mu+1)/2$.

Pour m entier, négatif, utilisation de la formule qui relie Q_n^m et Q_n^{-m}.

Pour m entier, positif et n entier, positif ou nul, tels que $m-n-1\geqq 0$, $Q_n^m(\mu)$ est une fonction algébrique et l'on a facilement ses développements commodes aux voisinages respectifs de $\mu=\pm 1$.

7. Pour $\mu=\cos\theta$, réel et compris entre -1 et $+1$, on trouve les développements, qui correspondent aux formules des paragraphes précédents, à partir de celles-ci et au moyen des formules de définition de $P_n^m(\cos\theta)$ et de $Q_n^m(\cos\theta)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Généralisation de la transformation de Stieltjes itérée : transformation d'ordre quelconque.* Note de M. **Pierre Barrucand**, présentée par M. Henri Villat.

Posons

$$
(1)\qquad f_{n+1}(t)=\int_0^{\infty}\frac{f_n(x)}{t+x}\,dx=\int_0^{\infty}f_n(tx)\,\frac{dx}{1+x}.
$$

Nous avons

$$
(2)\qquad f_n(t)=\int_0^{\infty}f_0(tx)\,\omega_n(x)\,dx
$$

et $\omega_n(x)$ est le noyau de Stieltjes d'ordre n. On peut généraliser et définir la transformation et le noyau de Stieltjes d'ordre α si $R(\alpha)>0$.

On a, en effet,

$$
\int_0^{\infty}\omega_n(x)\,x^{s-1}\,dx=(\pi\,\mathrm{cosec}\,\pi s)^n\qquad [0<R(s)<1]
$$

et nous pouvons donc définir

(3) $$\omega_\alpha(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\left(\frac{\pi}{\sin\pi s}\right)^\alpha x^{-s}\,ds \qquad [0 < c < 1].$$

Donc si

$$x = e^{-\pi\lambda}; \qquad \omega_\alpha(x) = \frac{(2\pi)^{\alpha-1}}{\sqrt{x}}\int_{-\infty}^{-\infty}\frac{e^{-i\pi\lambda t}}{(e^{\pi t}+e^{-\pi t})^\alpha}\,dt$$

soit

$$\omega_\alpha(x) = (2\pi)^{\alpha-2}x^{-\frac{1}{2}}\int_0^\infty (1+y)^{-\alpha}y^{\frac{\alpha}{2}-\frac{i\lambda}{2}-1}\,dy.$$

Mais comme

$$\int_5^\infty y^{s-1}(1+y)^{-\alpha}\,dy = \frac{\Gamma(s)\,\Gamma(\alpha-s)}{\Gamma(\alpha)},$$

on a donc

(4) $$\omega_\alpha(x) = \frac{(2\pi)^\alpha\,\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{i\log x}{2\pi}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{i\log x}{2\pi}\right)}{4\pi^2\sqrt{x}\,\Gamma(\alpha)}.$$

La théorie générale de la transformation de Mellin nous fournit immédiatement

(5) $$\int_0^\infty \omega_\alpha(tx)\,\omega_\beta(x)\,dx = \omega^{\alpha+\beta}(t)$$

et la relation fonctionnelle $\Gamma(1+s) = s\Gamma(s)$

(6) $$\omega_{\alpha+2}(x) = \frac{(\pi^2\alpha^2+\log^2 x)\,\omega_\alpha(x)}{\alpha(\alpha+1)},$$

d'où

(7) $$\omega_{\alpha+2n}(x) = \prod_{r=0}^{r=n-1}\left[\pi^2(\alpha^2+r^2)+\log^2 x\right]\frac{\omega_\alpha(x)}{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+2n-1)}.$$

En particulier

(8) $$\omega_{2n+3}(x) = \frac{1}{(1+x)\,(2n+2)\,!}\prod_{r=0}^{r=n}\left[\pi^2(2r+1)^2+\log^2 x\right],$$

(9) $$\omega_{2n+2}(x) = \frac{\log x}{(x-1)\,(2n+1)\,!}\prod_{r=0}^{r=n}(4\pi^2 z^2+\log^2 x).$$

Ces récurrences, analogues aux factorielles, sont beaucoup plus simples que celles fournies par D. Widder [1] et permettent aisément le calcul des noyaux de Stieltjes.

---

[1] *Laplace transform.*, Princeton, 1946 (*voir* bibliographie).

La formule de duplication $\Gamma(s)\Gamma(s+1/2)=2\sqrt{\pi}\,2^{-2s}\Gamma(2s)$ nous fournira enfin

$$(10)\qquad \omega_\alpha(x)\,\omega_{\alpha+1}(x)=2\cdot 2^{-2\alpha}\frac{\Gamma(2\alpha)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+\alpha)}\,\omega_{2\alpha}(x^2)$$

en particulier

$$(11)\qquad \omega_{\frac{3}{2}}(x)=\frac{2}{\pi(1+x^2)\,\omega_{\frac{1}{2}}(x)}.$$

De

$$\int_0^\infty \omega_\alpha(x)\,x^{s-1}\,dx=\left(\frac{\pi}{\sin\pi s}\right)^\alpha\qquad [0<R(s)<1],$$

nous conclurons

$$(12)\qquad \int_0^\infty \omega_\alpha(tx)\,\omega_\alpha(x)\frac{dx}{\sqrt{x}}=\frac{(2\pi)^\alpha}{2}\,\omega_\alpha(\sqrt{t}).$$

Définissant maintenant

$$\xi(\alpha,x)=\frac{1}{2}\psi(\alpha+ix)+\frac{1}{2}\psi(\alpha-ix)$$

et dérivant la fonction $\omega_\alpha(x)$ par rapport à son indice α, on trouve de plus

$$(13)\qquad \left\{\begin{aligned}&\int_0^\infty \omega_\alpha(x)\left[\log 2\pi-\psi(\alpha)+\xi\left(\frac{\alpha}{2},\frac{\log x}{2\pi}\right)\right]x^{s-1}\,dx=\left(\frac{\pi}{\sin\pi s}\right)^\alpha\log\left(\frac{\pi}{\sin\pi s}\right)\\ &\qquad\qquad [0<R(s)<1],\end{aligned}\right.$$

et l'on en déduit facilement des intégrales très curieuses telles

$$(14)\qquad \int_0^\infty \frac{A+\xi\left(\frac{1}{2},\frac{\log x}{2\pi}\right)}{(1+x)(t+x)}\,dx=\left[A-1+\xi\left(1,\frac{\log t}{2\pi}\right)\right]\frac{\log t}{t-1}\qquad \text{où}\quad A=\log 2\pi+C.$$

Si $R(\alpha)$ la relation (3) devient naturellement fausse, mais les fonctions restent intéressantes à considérer ainsi

$$(2\pi)^{\alpha-2}x^{-\frac{1}{2}}\Gamma\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\log x}{2\pi}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\log x}{2\pi}\right)=\frac{1}{(1+x)(\pi^2+\log^2 x)}.$$

Partons de

$$\frac{\log(1+x)}{x}=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{\pi}{\sin\pi s}\,x^{-s}\frac{ds}{1-s}\qquad (0<c<1),$$

on trouve par un calcul un peu long

$$(15)\qquad \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{(1+x)(\pi^2+\log^2 x)}=\frac{\sin\pi s}{\pi}\log(2\sin\pi s)+\left(\frac{1}{2}-s\right)\cos\pi s\qquad [0\leq R(s)\leq 1].$$

---

(2) E. C. Titchmarsch, *Fourier's Integrals*, Oxford (E. C. P.), 1948.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines classes de fonctions analytiques uniformes sur les surfaces de Riemann.* Note (*) de M. **Michel Parreau**, présentée par M. Paul Montel.

Étude des moyennes d'ordre α d'une fonction analytique sur une surface de Riemann, et des classes de surfaces qui leur correspondent. Fonction caractéristique d'une fonction méromorphe sur une surface de Riemann.

1. Dans une Note précédente (¹) j'ai étudié les moyennes des fonctions harmoniques sur une surface de Riemann. Je vais maintenant considérer celles des fonctions analytiques.

Avec les notations de la Note citée, la moyenne d'ordre α d'une fonction analytique uniforme ω dans un domaine relativement compact G d'une surface S limité par γ_0 et γ_1 est $m_\alpha(\lambda; \omega) = \left(\int_{v=\lambda} |\omega|^\alpha \, dv\right)^{1/\alpha}$. Elle vérifie :

Théorème 1. — *$\log m_\alpha(\lambda; \omega)$ est une fonction convexe de λ, pour tout $\alpha > 0$* (²).

Si G varie de façon que γ_0 reste fixe, les moyennes d'ordre α de ω restent bornées lorsque $|\omega|^\alpha$ admet une majorante harmonique sur S [*cf.* théorème 2 de (¹)]. Nous dirons alors que ω *possède la propriété* M_α.

Nous dirons en outre que ω possède la propriété M_0 si $\log|\omega|$ admet une majorante harmonique *positive* sur S.

2. Appelons $\mathcal{C}_{AM_\alpha}$ ($\alpha \geqq 0$) la classe des surfaces de Riemann sur lesquelles toute fonction analytique uniforme possédant la propriété M_α est une constante. Pour $0 \leqq \alpha \leqq \beta$, on a $\mathcal{C}_{AM_0} \subset \mathcal{C}_{AM_\alpha} \subset \mathcal{C}_{AM_\beta} \subset \mathcal{C}_{AB}$; d'autre part $\mathcal{C}_{HM_\alpha} \subset \mathcal{C}_{AM_\alpha}$ pour $\alpha \geqq 1$.

Si l'on se borne aux surfaces de genre fini, $\mathcal{C}_{AM_0}$ est identique à la classe $\mathcal{C}_0$ des surfaces de frontière nulle. Ce résultat n'est plus vrai dans le cas général ; la surface de Riemann F', construite par M. Myrberg (³) en enlevant un disque C du feuillet supérieur d'une surface hyperelliptique F de genre infini, est de frontière positive, mais appartient à $\mathcal{C}_{AM_0}$. On peut également construire une surface $F'' \notin \mathcal{C}_{AM_0}$, mais $\in \mathcal{C}_{AB}$.

A propos de la classification des surfaces de Riemann, nous pouvons énoncer le théorème suivant, donné comme probable par R. Nevanlinna (⁴), (⁵).

(*) Séance du 2 octobre 1950.

(¹) M. Parreau, *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 679.

(²) Ce résultat est bien connu dans le plan (*cf.* divers Mémoires de MM. Hardy, F. Riesz, Julia, Montel).

(³) P. J. Myrberg, *Ann. Acad. Sc. Fenn.*, A. I., 58, 1949.

(⁴) R. Nevanlinna, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 2002.

(⁵) Pendant la rédaction de cette Note, j'ai pris connaissance d'un Mémoire de L. Ahlfors et A. Beurling (*Acta Math.*, 83, 1950, p. [illegible]), où ce théorème est énoncé pour les surfaces du genre 0.

THÉORÈME 2. — *La classe $\mathcal{C}_{AB}$ est contenue dans la classe $\mathcal{C}_{AD}$.*

Soit en effet $w=f(z)$ une fonction analytique uniforme non constante à intégrale de Dirichlet bornée sur S. Le domaine simple $T=f(S)$ est d'aire finie; $\complement T$ est d'aire infinie, donc *a fortiori* de capacité newtonienne positive, ce qui suffit d'après L. Ahlfors [6].

3. Dans le cercle-unité, les fonctions holomorphes qui possèdent la propriété M_0 sont celles dont la caractéristique de Nevanlinna est bornée. Ceci nous amène à définir la caractéristique sur une surface de Riemann S.

Supposons tout d'abord que S soit une surface *régulière*, c'est-à-dire qu'elle possède une fonction de Green $g(z, \zeta)$ dont toutes les courbes de niveau soient compactes. Pour $a \in S$, posons $D_\lambda=\{g(z, a)>\lambda\}$, $C_\lambda=\{g(z, a)=\lambda\}$. Soit $w=f(z)$ une fonction méromorphe sur S; sa caractéristique sera la fonction

$$T_a(\lambda)=m_a(\lambda, f)+N_a(\lambda, f)=\frac{1}{2\pi}\int_{C_\lambda}\overset{+}{\log}|f(z)|\,dh(z)+\sum_{\zeta_j\in D_\lambda}[g(\zeta_j, a)-\lambda],$$

les ζ_j étant les pôles de f, et $-h$ la fonction conjuguée de $g(z, a)$.

$T_a(\lambda)$ joint des propriétés classiques de la fonction caractéristique; on a notamment $T_a(\lambda, f)=T_a(\lambda, 1/f)+\text{const.}$, d'après la formule de Green-Nevanlinna. Si l'on appelle défaut d'une valeur w la quantité

$$\delta(w)=1-\limsup_{\lambda\to 0}\frac{N_a(\lambda, w)}{T_a(\lambda)}\qquad\left[\text{où } N_a(\lambda, w)=N_a\left(\lambda, \frac{1}{f-w}\right)\right],$$

on obtient un théorème dû à O. Frostman [7] dans le cas classique.

Si la fonction caractéristique de f n'est pas bornée, l'ensemble des valeurs déficientes est de capacité intérieure nulle.

En particulier, l'ensemble des valeurs lacunaires d'une fonction méromorphe de caractéristique non bornée est de capacité nulle.

Ces résultats s'étendent à une surface de Riemann quelconque. En effet, pour tout domaine relativement compact G à frontière régulière et contenant a, on peut définir une fonction caractéristique $T_a(\lambda, f; G)$. On posera alors

$$T_a(G, f)=T_a(0, f; G),\qquad N_a(G; w)=N_a(0, f; G).$$

Le défaut, ici défini par $\delta(w)=1-\limsup_{G\to S}[N_a(G; w)/T_a(G)]$, possède encore les propriétés indiquées

Remarquons pour terminer que le théorème de Frostman révèle une certaine parenté entre la classe C_{AM_0} et la classe C_{HB}, puisque toute fonction analytique uniforme non constante sur une surface appartenant à l'une ou l'autre de ces

---

([6]) *Bounded analytic functions* (*Duke, Math. J.*, 14, 1947, p. 1).

([7]) *Potentiel d'équilibre et capacité des ensembles*, Lund, 1935.

classes prend toutes valeurs, sauf celles d'un ensemble de capacité nulle. Elles ne sont cependant pas identiques, comme le montre l'exemple de M. Myrberg. Reste à savoir si $C_{HB} \subset C_{AM_0}$.

TOPOLOGIE. — *Topologie, uniformité, écart abstrait.*

Note (*) de M. **Antoine Appert**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Dans deux Notes précédentes ([1]), ([2]) dont nous adoptons la terminologie, nous avons défini la notion de *topologie généralisée*, et nous avons introduit les notions de *famille uniformisante généralisée* et d'*écart généralisé*. Nous voulons ici préciser les relations entre les axiomes portant sur ces notions.

Nous appelons *espace* $(P, \mathfrak{T}, \mathfrak{U}, \delta)$ tout espace P auquel on associe une topologie généralisée $\mathfrak{T}$ dans P, une famille uniformisante généralisée $\mathfrak{U}$ dans P et un écart généralisé δ dans P. Les termes d'*espace* $(P, \mathfrak{T}, \delta)$, d'*espace* $(P, \mathfrak{U})$, etc., s'entendent d'eux-mêmes. Deux de ces espaces sont dits *topologiquement identiques* s'ils ont même P et même $\mathfrak{T}$, *uniformément identiques* s'ils ont même P et même $\mathfrak{U}$, *métriquement identiques* s'ils ont même P et même δ. Les axiomes que l'on peut imposer à ces espaces se classent en *axiomes topologiques* : ceux qui portent seulement sur P et $\mathfrak{T}$; en *axiomes d'uniformité* : ceux qui portent seulement sur P et $\mathfrak{U}$; en *axiomes métriques* : ceux qui portent seulement sur P et δ; en *axiomes mixtes* : ceux qui portent à la fois sur plusieurs des objets $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{U}$ et δ. Nous avons énoncé ([1]), ([3]) les axiomes topologiques I, II, III, T, α, D, T_1, T'_3 T''''_3, C^{**}, C^*, K. Soit encore l'axiome topologique suivant ([4]).

C. (se déduit de C^{**} en y remplaçant *semi-continue supérieurement* par *continue*).

Nous avons énoncé ([1]) les axiomes d'uniformité u_2^*, u_2^{**}, u_3^*, u_3, u_4, u_5^*, u_5. Soient encore les axiomes d'uniformité suivants :

u_2^{***}. *$\mathfrak{U}$ est inclusive dans* $P \times P$;

u_2^{****}. *$\mathfrak{U}$ est non vide*;

u_3^{**}. *Tout élément de* $P \times P$ *qui appartient à tout ensemble de $\mathfrak{U}$, est élément de* Δ_P.

Nous avons énoncé ([2]) les axiomes métriques $\mathcal{E}_2^*$, $\mathcal{E}_2^{**}$, $\mathcal{E}_3^*$, $\mathcal{E}_3^{**}$, $\mathcal{E}_4$, $\mathcal{E}_5^*$, $\mathcal{E}_5$. Nous avons énoncé ([1]) ([2]) les axiomes mixtes u_1, $\mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_1$. Nous disons que $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{U}$ sont *compatibles* si u_1 est vérifié, que $\mathfrak{U}$ et δ sont *compatibles* si $\mathcal{E}_0$ est vérifié, que $\mathfrak{T}$ et δ sont *compatibles* si $\mathcal{E}_1$ est vérifié. Tout espace $(P, \mathfrak{U})$ est uniformément identique à un et un seul espace $(P, \mathfrak{T}, \mathfrak{U})$ vérifiant u_1. Quand u_1 est vérifié, il reste vérifié lorsqu'on remplace $\mathfrak{U}$ par une famille quelconque inclusivement équivalente à $\mathfrak{U}$. Nous appelons *espace uniforme*

(*) Séance du 2 octobre 1950

([1]) A. Appert, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 986-988.

([2]) A. Appert, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 442-444.

([3]) A. Appert, *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 865-867. Nous adoptons la terminologie de cette Note.

([4]) C est l'axiome de Tychonoff. Pour donner un sens dans un espace $(P, \mathfrak{T})$ quelconque aux axiomes C, C^*, C^{**} et K, nous supposons que l'on a remplacé partout dans les définitions des fonctionnelles continues et semi-continues (A. Appert, *Propriétés des espaces abstraits les plus généraux*, Paris, 1934, p. 100, ligne 20 et p. 101, ligne 21) le mot *voisinage* par *entourage*.

généralisé tout espace $(P, \mathcal{T}, \mathcal{U})$ vérifiant u_1 et u_2^{***}. Tout espace $(P, \mathcal{T}, \mathcal{U})$ vérifiant u_1 est topologiquement identique [5] à un et un seul espace uniforme généralisé dont la famille uniformisante généralisée soit inclusivement équivalente à $\mathcal{U}$.

Nous avons appelé *espace écarté généralisé* tout espace $(P, \mathcal{T}, \mathcal{U}, \delta)$ vérifiant $\mathcal{E}_0$ et $\mathcal{E}_1$. Tout espace (P, δ) est métriquement identique à un et un seul espace écarté généralisé. On a [2] toujours $[\mathcal{E}_0 \,\&\, \mathcal{E}_1] \to u_1$, et $\mathcal{E}_0 \to u_2^{***}$. Donc tout espace écarté généralisé est un espace uniforme généralisé.

Nous avons établi les propriétés contenues dans les six *tableaux* suivants [6].

Le tableau 1 *est valable dans tout espace* $(P, \mathcal{T})$. *Le tableau* 2 *est valable dans tout espace* $(P, \mathcal{U})$. *Le tableau* 3 *est valable dans tout espace* (P, δ). *Les tableaux* 1, 2 *et* 4 *sont valables dans tout espace uniforme généralisé. Les tableaux* 2, 3 *et* 5 *sont valables dans tout espace* $(P, \mathcal{U}, \delta)$ *vérifiant* $\mathcal{E}_0$. *Les tableaux* 1, 3 *et* 6 *sont valables dans tout espace* $(P, \mathcal{T}, \delta)$ *vérifiant* $\mathcal{E}_1$. *Donc tous les six tableaux sont valables dans tout espace écarté généralisé.*

Tableau 1.

$$C \to C^* \to C^{**};\quad D \to K \to [C \rightleftharpoons C^*];\quad I \to \big[T \rightleftharpoons [III \,\&\, \alpha]\big];$$
$$III \to [T'_3 \rightleftharpoons T''''_3];\quad [III \,\&\, C^*] \to T'_3;\quad [III \,\&\, C^{**}] \to T.$$

Tableau 2.

$$u_2^* \rightleftharpoons [u_2^{***} \,\&\, u_2^{****}];\quad u_3 \rightleftharpoons [u_2^{****} \,\&\, u_3^* \,\&\, u_3^{**}];\quad [u_2^{**} \,\&\, u_5^*] \to u_5 \to u_5^*.$$

Tableau 3.

$$[\mathcal{E}_2^{**} \,\&\, \mathcal{E}_5] \to \mathcal{E}_5 \to \mathcal{E}_5^*.$$

Tableau 4.

$$u_1,\ u_2^{***},\ III \text{ sont vérifiés};\quad u_2^* \rightleftharpoons u_2^{****} \rightleftharpoons II;\quad u_2^{**} \to D;\quad u_3^* \rightleftharpoons I;$$
$$u_3^{**} \rightleftharpoons T_1;\quad u_5^* \to T;\quad [u_3^* \,\&\, u_5^*] \to C^{**};\quad [u_3^* \,\&\, u_4 \,\&\, u_5^*] \to C^*.$$

Tableau 5.

$$\mathcal{E}_0,\ u_2^{***} \text{ sont vérifiés};\quad \mathcal{E}_2^* \rightleftharpoons u_2^{****} \rightleftharpoons u_2^*;\quad \mathcal{E}_2^{**} \to u_2^{**};\quad \mathcal{E}_3^* \rightleftharpoons u_3^*;$$
$$\mathcal{E}_3^{**} \rightleftharpoons u_3^{**};\quad \mathcal{E}_4 \to u_4;\quad \mathcal{E}_5^* \to u_5^*.$$

Tableau 6.

$$\mathcal{E}_1,\ III \text{ sont vérifiés};\quad \mathcal{E}_2^* \rightleftharpoons II;\quad \mathcal{E}_2^{**} \to D;\quad \mathcal{E}_3^* \rightleftharpoons I;\quad \mathcal{E}_3^{***} \rightleftharpoons T;$$
$$\mathcal{E}_5^* \to T;\quad [\mathcal{E}_3^* \,\&\, \mathcal{E}_5^*] \to C^{**};\quad [\mathcal{E}_3^* \,\&\, \mathcal{E}_4^* \,\&\, \mathcal{E}_5^*] \to C^*.$$

---

[5] Aussi pensons-nous qu'il y aurait intérêt à se borner à la considération des familles $\mathcal{U}$ vérifiant u_2^{***}.

[6] Une petite partie des relations logiques contenues dans ces *tableaux* ont déjà été énoncées par nous antérieurement, mais la plupart sont nouvelles. L'axiome u_2^{****} a dû être introduit dans la seconde des relations du *tableau* 2, parce que nous convenons de n'attribuer aucun sens à l'intersection d'une famille vide d'ensemble.

Le *tableau* I se simplifie quand III est vérifié, ce qui arrive dans tout espace uniforme généralisé, dans tout espace (P, $\mathcal{T}$, δ) vérifiant $\mathcal{E}_1$, et donc dans tout espace écarté généralisé. En combinant entre elles les formules des *tableaux* ci-dessus, on obtient immédiatement diverses conditions suffisantes pour que C, ou T'_3, ou T'''''_3 soit vérifié.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la compatibilité des lois de probabilité.* Note de M. **Jean Bass**, présentée par M. Henri Villat.

Soient X, Y, Z trois variables aléatoires, L_{123} la loi de probabilité (l. p.) de (X, Y, Z), L_{23}, L_{31}, L_{12} les l. p. des couples (Y, Z), (Z, X), (X, Y), L_1, L_2, L_3 les l. p. de X, de Y et de Z. Ces lois satisfont à diverses conditions de positivité et d'additivité qui entraînent que, si l'on se donne trois l. p. à deux variables, elles ne sont pas nécessairement les l. p. L_{23}, L_{31}, L_{12} des combinaisons deux à deux de trois variables aléatoires X, Y, Z, c'est-à-dire les lois marginales d'une même l. p. L_{123} à trois variables. Il y a des *conditions de compatibilité*.

Certaines sont banales : il faut par exemple que L_{23} et L_{31} entraînent la même loi L_3 pour Z. D'autres sont plus remarquables. On sait par exemple que, si X, Y, Z ont des moments d'ordre 2, les trois coefficients de corrélation de ces trois variables prises deux à deux sont les cosinus des faces d'un trièdre. Plus généralement, *pour que les trois lois* L_{23}, L_{31}, L_{12} *soient compatibles, il faut que la forme quadratique*

$$\varphi = \mathfrak{M}\,|\lambda f(X) + \mu g(Y) + \nu h(Z)|^2, \tag{1}$$

à trois variables λ, μ, ν, *soit définie positive quelles que soient les fonctions* f, g, h *mesurables bornées*, $\mathfrak{M}$ désignant l'opération de valeur moyenne.

On peut d'ailleurs se limiter au cas où les variables aléatoires $f(X)$, $g(Y)$, $h(Z)$ sont *normées*, et ramener la condition à un problème de minima. Cette condition contient de nombreux cas particuliers remarquables. Si par exemple on prend

$$f(X) = \exp(i\alpha X), \qquad g(Y) = \exp(i\beta Y), \qquad h(Z) = \exp(i\gamma Z),$$

où α, β, γ sont trois paramètres réels, on trouve que les valeurs moyennes de

$$\cos(\beta Y - \gamma Z), \qquad \cos(\gamma Z - \alpha X), \qquad \cos(\alpha X - \beta Y) \tag{2}$$

sont les cosinus des faces d'un trièdre, ainsi que celles de

$$\cos(\beta Y - \gamma Z), \qquad \sin(\gamma Z - \alpha X), \qquad -\sin(\alpha X - \beta Y).$$

Ces quantités sont liées aux *fonctions caractéristiques* de L_{23}, L_{31}, L_{12}.

Mais la condition ci-dessus n'est pas suffisante. Montrons-le sur un cas particulier. Supposons que X, Y, Z prennent respectivement deux valeurs x_1, x_2;

y_1, y_2; z_1, z_2, avec les probabilités a, $1-a$; b, $1-b$; c, $1-c$. Désignons les probabilités des lois L_{ij} par

$$\begin{array}{llllll} \text{Loi } L_{23}\,(Y, Z): & p, & b-p, & c-p, & 1+p-b-c; \\ \text{Loi } L_{31}\,(Z, X): & q, & c-q, & a-q, & 1+q-c-a; \\ \text{Loi } L_{12}\,(X, Y): & r, & a-r, & b-r, & 1+r-a-b. \end{array}$$

p, q, r vérifient les conditions banales

(3) $b+c-1 \leqq p \leqq \min(b, c), \quad c+a-1 \leqq q \leqq \min(c, a), \quad a+b-1 \leqq r \leqq \min(a, b).$

Les huit probabilités de la loi L_{123} (X, Y, Z) s'expriment en fonction d'un nouveau paramètre ω (¹). Ce sont :

$$(4) \quad \begin{cases} q-\omega, & r-q+\omega, & \omega, & a-r-\omega; \\ p-q+\omega, & b-r-p+q-\omega, & c-p-\omega, & 1-a-b-c+p+r+\omega. \end{cases}$$

Or la compatibilité est ici facile a écrire. En plus de (3), il faut et il suffit qu'il existe un ω au moins rendant les probabilités (4) positives et inférieures à 1, d'où les conditions

(5) $q+r-p \leqq a, \quad r+p-q \leqq b, \quad p+q-r \leqq c, \quad p+q+r \geqq a+b+c-1.$

En langage géométrique, une fois a, b, c choisis, le point de coordonnées p, q, r doit se trouver dans le *domaine* D intérieur à la fois à un parallélépipède et à un tétraèdre définis par (3) et (5).

Or, pour écrire la condition (1), il faut ici remplacer les *fonctions arbitraires f, g, h* par un *ensemble arbitraire de valeurs* bornées de X, Y, Z. Si l'on pose $x_1 - x_2 = u$, $y_1 - y_2 = v$, $z_1 - z_2 = w$, on ramène aisément φ à la forme quadratique

$$(6) \qquad \psi = au^2 + bv^2 + cw^2 + 2pvw + 2qwu + 2ruv - (au + bv + cw)^2.$$

Posons

$$\sqrt{a(1-a)}\,(p-bc) = X, \quad \sqrt{b(1-b)}\,(q-ca) = Y, \quad \sqrt{c(1-c)}\,(r-ab) = Z,$$
$$\sqrt{abc(1-a)(1-b)(1-c)} = H.$$

ψ est définie positive si

$$(7) \qquad \Delta = H^2 + \frac{2}{H}XYZ - X^2 - Y^2 - Z^2 > 0.$$

Or il existe des régions *extérieures au domaine de compatibilité* D, et où $\Delta > 0$. Si l'on prend *par exemple*

$$a = 0,5, \quad b = 0,33, \quad c = 0,67, \quad p = 0,22, \quad q = 0,46, \quad r = 0,27,$$

il y a incompatibilité, car $q + r - p > a$, et cependant ψ est définie positive.

(¹) Des formules analogues sont faciles à écrire dans le cas plus général où X, Y, Z prennent un nombre arbitraire n de valeurs. Mais leur exploitation directe en vue de la recherche des conditions de compatibilité semble difficile.

ASTROPHYSIQUE. — *Calcul d'un modèle d'atmosphère stellaire turbulente.* Note de Mme **Micheline Baroin** et M. **Évry Schatzman**, présentée par M. André Danjon.

Le calcul d'un modèle d'atmosphère stellaire où existent de grandes vitesses d'agitation a été fait pour une étoile correspondant approximativement à η Aquilæ. Le modèle est en accord avec les résultats des interprétations du spectre des étoiles dites à atmosphère turbulente, et en particulier de δCMa par Struve et Unsöld.

1° L'étude de la supergéante η Aquilæ, de spectre CG4 (1), a conduit à admettre que l'atmosphère de cette étoile est agitée de mouvements turbulents de grande échelle (macroturbulence). Nous avons supposé cette turbulence produite par la propagation d'ondes de choc de grande amplitude (2), (3), et nous avons calculé un modèle d'atmosphère où se propagent de telles ondes de choc et dont les caractéristiques se rapprochent autant que possible de celles de η Aquilæ.

2° Les hypothèses nouvelles introduites dans le calcul sont les suivantes :

a. A la pression gazeuse figurant ordinairement dans l'équation d'équilibre hydrostatique, il faut ajouter la pression d'agitation ρw^2 ($w =$ vitesse des particules matérielles au front de l'onde de choc $=$ vitesse turbulente).

b. La dissipation des ondes de choc en chaleur apporte une certaine quantité d'énergie, qui modifie le flux de radiation. La vitesse turbulente étant supposée uniquement radiale, l'équation de dissipation du flux d'énergie acoustique prend la forme (4)

$$\frac{d(\rho V w^2)}{dr} = -\frac{w^3}{Vt} \qquad \text{avec} \quad V^2 = 3w^2 + 1,2\frac{RT}{\mu} \quad (3),$$

V est la vitesse de propagation du son dans le milieu considéré.

A partir de la solution approchée linéaire de l'équation de transfert, et en introduisant la nouvelle variable $\varepsilon = dF/d\tau = -[d(\rho V w^2)]/dr\ (dr/d\tau)$ qui représente la génération d'énergie (F $=$ flux de radiation), nous avons obtenu l'équation donnant la température :

$$T^4 = T_0^4\left(1 + \frac{3\tau}{2}\right) - \frac{\varepsilon}{4\sigma} + \frac{3}{4\sigma}\int_0^\tau d\tau \int_0^\tau \varepsilon\, d\tau.$$

Le coefficient d'absorption $\varkappa$ a été pris dans les tables de Strömgren (5).

---

(1) B. Schwarzschild, M. Schwarzschild et W. S. Adams, *Ap. J.*, **108**, 1948, p. 207.

(2) E. Schatzman, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 814.

(3) E. Schatzman, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 738.

(4) E. Schatzman, *Ann. Astroph.*, **12**, 1949, p. 203.

(5) B. Strömgren, *Publ. Obs. Copenhague*, n° **138**, 1944.

Nous avons choisi les valeurs initiales $T = 6000°$, $\log P = 1{,}50$ et $W = 4.10^6$ cm/sec, en prenant $t = 2.10^4$ sec, $g = 100$ cm/sec^{-2}, $A = 1000$. Nous avons calculé les intégrales par la méthode d'Adams, en prenant pour intervalle d'intégration $d(\log P) = 0{,}05$, depuis $\log P = 1{,}50$ jusqu'à $\log P = 2{,}20$, puis $d(\log P) = 0{,}1$. Le calcul de chaque ligne a dû être fait par une méthode d'itération, à partir des valeurs extrapolées de deux grandeurs convenablement choisies.

3° *Résultats* (voir tableau).

log P.	T.	$\rho.10^{11}$.	x.	κ.	τ.	$W.10^5$.
1,50..........	6000	0,191	0,0631	0,0048	—	40
1,60..........	5961	0,279	0,0480	0,0045	0,0004	37,1
1,70..........	5914	0,415	0,0353	0,0042	0,0008	34,0
1,80..........	5862	0,628	0,0254	0,0040	0,0014	30,9
1,90..........	5806	0,967	0,0178	0,0038	0,0020	27,8
2,00..........	5750	1,51	0,0123	0,0037	0,0028	24,8
2,10..........	5693	2,38	0,0083	0,0036	0,0037	22,0
2,20..........	5639	3,77	0,0056	0,0037	0,0049	19,3
2,30..........	5590	6,00	0,0038	0,0040	0,0064	17,0
2,40..........	5554	9,46	0,0026	0,0045	0,0086	14,9
2,50..........	5529	14,8	0,0019	0,0052	0,0118	13,0
2,60..........	5517	22,7	0,0014	0,0063	0,0165	11,4
2,70..........	5516	34,4	0,0010	0,0080	0,0237	10,1
2,80..........	5531	51,0	0,0008	0,0105	0,0358	8,9
2,90..........	5563	74,0	0,0007	0,0141	0,0555	7,9
3,00..........	5624	105	0,0007	0,0193	0,0896	7,1
3,10..........	5728	146	0,0008	0,0269	0,149	6,3
3,20..........	5902	198	0,0012	0,0414	0,253	5,7
3,30..........	6224	258	0,0025	0,0835	0,473	5,2
3,40..........	6958	315	0,0104	0, 346	1,117	4,8

a. La température passe par un minimum pour $\tau = 0{,}02$.

b. Les valeurs élevées de la vitesse turbulente w sont limitées à une couche de très faible épaisseur optique au-dessus de la photosphère. Dans la photosphère proprement dite, w n'est que de 5 à 10 km/sec. Ce résultat concorde avec l'hypothèse émise au sujet de δ Canis Majoris (c F 8) par Struve et Unsöld (6) pour expliquer à la fois la courbe de croissance et les contours de raies de cette étoile.

(6) *Ap. J.*, **110**, 1949, p. 455.

PYROTECHNIE. — *Détonation des explosifs par étincelle électrique condensée.* Note (*) de MM. **Jacques** et **James Basset**, présentée par M. Maurice de Broglie.

La décomposition détonante des explosifs secondaires comme la penthrite, peut être déclenchée par amorçage au moyen d'un explosif détonant, ou par un choc violent comme celui produit par une balle de fusil.

Ces excitations déchaînantes peuvent être remplacées par l'action d'une étincelle électrique d'énergie suffisante. Si ce seuil n'est pas atteint, l'explosif se décompose en brûlant.

Les explosifs secondaires, comme par exemple : la penthrite, l'hexogène ou l'acide picrique, nécessitent un amorçage par un explosif détonant ou un choc très puissant, pour prendre eux-mêmes ce régime de décomposition dont la vitesse de propagation atteint plusieurs milliers de mètres par seconde. Le mécanisme de ces réactions est mal connu.

Ces explosifs se décomposent également suivant un second mode qui est une combustion se propageant thermiquement de proche en proche à la vitesse de quelques millimètres par seconde, sous la pression atmosphérique, cette vitesse s'accélérant suivant une loi sensiblement linéaire de la forme $V = a + bP$ ([1]), et étant de l'ordre du mètre à la seconde sous des pressions de 10 000 kg/cm² ([2]).

Nous avons pensé que le mécanisme d'excitation provoquant dans les cortèges électroniques assurant les liaisons le mode de décomposition détonant se propageant en chaîne à grande vitesse, pouvait être déclenché par une cause excitatrice puissante, purement électrique, agissant dans un temps très court, comme celle que peut produire la décharge d'un condensateur traversant l'explosif comprimé en pastilles minces, et pouvant produire également des effets de chocs à très forte énergie cinétique résultant de l'élévation considérable de température.

Nous avons effectivement réussi à faire détoner ces explosifs par ce moyen dans les conditions expérimentales suivantes :

Les essais ont porté sur des charges de 30 milligrammes d'explosifs comprimés sous 5000 kg/cm² en pastilles de 4^{mm} de diamètre. Leur épaisseur est d'environ 1^{mm}. Ces pastilles étant isolantes, leur épaisseur doit être assez faible pour que l'étincelle les traverse et ne les contourne pas.

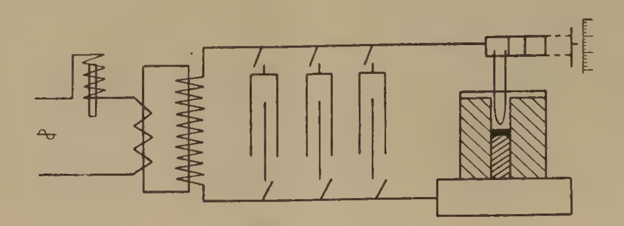
La pastille est disposée au centre d'un bloc de paraffine cylindrique de 20^{mm} de diamètre et d'une égale hauteur (*fig.* 1), disposé sur un socle métallique. Un petit cylindre de cuivre pénètre jusqu'au centre du bloc et reçoit la pastille.

(*) Séance du 25 septembre 1950.

([1]) Muraour, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1117; *Chim. et Indust.*, **47**, 1942, n° 6, p. 602.

([2]) J. et J. Basset, *Comptes rendus*, **231**, 1950, p. 649.

Une seconde tige de cuivre épointée pénètre dans le bloc, elle est portée par un dispositif extérieur, isolé, qui permet de régler et de mesurer la distance explosive entre les deux tiges.



Les deux tiges sont connectées aux bornes d'un transformateur de 8 kVA, dont la tension peut être réglée de 2000 à 12000 V au moyen d'une self en série sur le primaire. On peut ainsi régler la tension assurant le jaillissement de l'étincelle entre les deux tiges.

Un condensateur, à nombre d'éléments variables, peut être branché aux bornes haute tension du dispositif. Ce condensateur constitue, avec ses connections et l'éclateur du bloc de paraffine, un circuit oscillant à très courte période permettant des effets extrêmement puissants et de très haute température sur le trajet de l'étincelle à travers l'explosif expérimenté.

On constate qu'à vide, en l'absence d'explosif, la décharge du condensateur, à toutes les tensions possibles, n'a aucune action destructive sur le bloc de paraffine qui reste intact.

Avec la penthrite on constate les phénomènes suivants :

Une étincelle de $1^{mm},8$ sans adjonction de condensateur, produit une décomposition par combustion de l'explosif. Le bloc de paraffine reste intact.

Si l'on introduit dans le circuit une capacité constituée par sept plaques de glace de 5^{mm} séparant des armatures d'aluminium de 7^{dm^2} immergées dans du pétrole, la décharge, sous la même tension, et $1^{mm},8$ d'étincelle, provoque la détonation de la pastille d'explosif et le bloc de paraffine est complètement pulvérisé.

Il existe donc un seuil d'énergie d'excitation qui déclenche le mode détonant de décomposition.

Avec l'hexogène on fait la même constatation, mais la détonation de cet explosif exige une énergie excitatrice plus grande, obtenue soit en augmentant la distance explosive, soit en augmentant la capacité du condensateur, à longueur d'étincelle constante.

D'autre part certains explosifs détonants, comme le fulminate de mercure ou le trinitro-résorcinate de plomb, ne détonent plus mais brûlent thermiquement lorsqu'on les moule en pastilles comprimées sous très hautes pressions. Dans cet état dit *surcomprimé*, l'étincelle électrique condensée assure la décomposition détonante quelle que soit la pression de moulage de l'explosif. L'énergie

électrique d'amorçage étant d'autant plus grande que la pression de moulage surcomprimant l'explosif a été plus considérable. Nos expériences ont porté sur des pastilles moulées sous des pressions allant jusqu'à 25 000 kg/cm², l'action de la pression de moulage reste constante au delà de 15 000 kg/cm².

Muraour et Demay ont par ailleurs montré que le fulminate de mercure surcomprimé détonait sous l'action d'un amorçage classique suffisant ([3]).

L'amorçage de la décomposition détonante par étincelle peut expliquer certaines combustions très rapides, à vitesse non mesurable, constatées dans nos mesures de la vitesse de combustion des poudres sous pression, ayant fait l'objet d'une Note précédente ([2]). Une étincelle d'amorçage pouvant se produire à la surface d'un bâtonnet de poudre par la rupture du fil incandescent de mise à feu.

MAGNÉTISME. — *Remarques sur la Note de M. André Meyer sur les coefficients gyromagnétiques en u. e. m. du fer, du nickel, du cobalt et de quelques-uns de leurs alliages.* Note de M. **Samuel Jackson Barnett**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans deux Notes récentes ([1]), M. A. Meyer a publié les résultats de quelques expériences sur les coefficients gyromagnétiques du fer, du nickel, et de quatre alliages de fer, nickel, cobalt. Il n'a pu mesurer le coefficient pour le cobalt à cause des limitations de sa méthode.

Pour chaque substance avec laquelle il a réussi, il a trouvé, compte tenu des erreurs d'expériences estimées comme d'habitude à moins de 1 %, mais dépassant 3 % dans le cas d'un alliage, $\rho = 1{,}00$. Il a fait trois mesures pour le fer, deux mesures pour le nickel, trois pour l'alliage restant.

D'autre part, dans quatre séries de recherches concordantes et très étendues (les dernières non encore publiées) faites dans mes Laboratoires sur le fer, le nickel, le cobalt, et même nombre de leurs alliages binaires, on a trouvé comme valeurs approchées de ρ : 1,03 pour le fer, 1,05 pour le nickel, 1,09 pour le cobalt.

Dans chaque série d'alliage : FeNi, FeCo, NiCo, on a trouvé que ρ toujours supérieur à 1, croît linéairement en fonction de la concentration.

Il serait incorrect d'entreprendre une discussion avant que M. Meyer ait publié complètement ses résultats.

Toutefois, afin d'éviter des malentendus, je crois important de faire, sans plus attendre, quelques remarques sur un petit nombre de passages de ses Notes préliminaires.

([3]) Muraour et Demay, *Chim. et Ind.*, 56, 1946, p. 463.

([1]) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 707-708; 231, 1950, p. 612-614.

1° Le fait que j'ai moi-même admis récemment une erreur systématique de 1 % dans mes mesures de ρ, compte tenu des résultats obtenus, il y a plus de 25 ans par M. Webber et moi-même (sur le module de torsion d'un fil d'argent allemand) est incorrect. Ces résultats n'ont rien à voir avec mes propres expériences, ils diminuent de 1 % l'écart entre les résultats des expériences où l'on emploie du fer électrolytique.

2° Il n'est pas exact de dire que j'ai trouvé une variation dans le coefficient du fer pur sur des échantillons d'origine différente. Compte tenu des erreurs d'expérience, tous les échantillons de fer pur ou presque pur donnent la même valeur. Dans certains travaux antérieurs, il y a un désaccord entre le résultat pour le fer électrolytique obtenu à partir de l'effet Barnett et pour le même matériel quand on utilise l'effet Einstein-de Haas. Mais ceci a été rectifié plus tard et venait d'un défaut dans une bobine utilisée il y a plus de 25 ans dans des expériences sur l'effet Barnett.

MAGNÉTISME. — *Sur l'intérêt de l'étude aux ondes hertziennes des poudres magnétiques.* Note de MM. **Paul Abadie**, **Israël Epelboin** et **Bernard Pistoulet**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les mesures systématiques effectuées [1] sur des mélanges de poudres magnétiques et de diélectriques en fonction de la charge p (rapport entre le volume de poudre et le volume du mélange) ont été poursuivies par Mlle P. Pannetier [2] et par l'un de nous (B. Pistoulet) et l'ensemble des résultats obtenus confirme l'intérêt de l'étude d'un même échantillon dans l'ensemble de l'échelle des ondes hertziennes. Le but de cette Note est d'indiquer certaines particularités du comportement des poudres magnétiques dans le domaine de relaxations gyromagnétiques du spin.

Les composantes de la perméabilité $\mu_1 - j\mu_2$ et de la constante diélectrique $\varepsilon_1 - j\varepsilon_2$ d'un échantillon sont relevées par la méthode de résonance [3] avec un appareillage réalisé au Laboratoire National de Radioélectricité et constitué, aux fréquences inférieures à 7 000 Mc/sec par des lignes coaxiales et dans les gammes des 10 000 Mc/sec et 24 000 Mc/sec par des guides d'ondes rectangulaires opérant sur le mode H_{01}.

On détermine le taux d'ondes stationnaires dans l'appareil de mesures, au moyen d'une sonde ou bien encore, aux fréquences inférieures à 7 000 Mc/sec,

---

(1) P. Abadie et I. Epelboin, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 706.

(2) Étude du comportement de poudres magnétiques aux fréquences inférieures à 50 Mc/sec à l'aide de bobines à enroulements démontables (*Diplôme d'Études supérieures*, Paris, 1950).

(3) P. Abadie, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 474.

on peut dans le cas des échantillons à faibles pertes relever la courbe de résonance d'une ligne de mesures à longueur variable. Afin de pouvoir séparer les pertes par courants de Foucault de celles dues à la résonance magnétique induite, on superpose perpendiculairement au champ magnétique hyperfréquence un champ magnétique continu, produit par un électroaimant, dont l'intensité et l'homogénéité ont été étalonnées avec une balance de A. Cotton.

L'ensemble des résultats sera publié par ailleurs, mais ils montrent qu'aux ondes centimétriques, les mélanges de diélectrique et de poudre ferromagnétique bien isolée ne présentent plus, comme aux fréquences plus basses, des caractéristiques de dispersion de la perméabilité et d'absorption des pertes magnétiques indépendantes de la charge pour $p < 0{,}6$. Par contre, les relations logarithmiques pour les mélanges binaires se conservent partiellement. Ainsi, dans le cas des diélectriques que nous avons utilisés, la relation

$$\log|\varepsilon| = K_1 p + \log|\varepsilon_0|$$

est vérifiée pour $\lambda = 10^{cm},8$ et $3^{cm},2$ aussi bien pour des poudres fines du type carbonyle que pour deux poudres de fer broyé dont les diamètres moyens des grains sont respectivement 20 et 75^{μ}. La relation $\log|\mu| = K_2 p$ semble, elle, moins générale, car en H. F. comme en B. F., elle n'est pas vérifiée sur les deux poudres de fer broyé tandis qu'elle reste valable pour une poudre carbonyle tant en basse fréquence qu'à $\lambda = 10^{cm},2$ pour $p < 0{,}52$ et qu'à $\lambda = 3^{cm}$ elle est encore valable pour $p > 0{,}2$.

Quant à la relation $(\mu_2^\star/\mu_1^\star) = K_3 p$ trouvée pour les ferrites (4), elle se vérifie à 4 % près pour certaines poudres fines de fer et de nickel à $\lambda = 10^{cm},8$, mais elle se vérifie moins bien à $\lambda = 3^{cm},2$.

L'avantage de l'étude des poudres ferromagnétiques sur celle des métaux massifs apparaît surtout dans le relevé des courbes de résonances obtenues par superposition du champ magnétique continu H. Ainsi nos mesures ont permis de relever séparément les paramétres des courbes de $|\mu| = f(H)$ et de $\mu_2/\mu_1 = \varphi(H)$, la résonance pour $H = H_0$ à une fréquence donnée étant parfaitement caractérisée par $[d^2 f(H_0)/dH^2] = 0$ et $[d\varphi(H_0)/dH] = 0$. On peut alors pour une poudre donnée tracer la caractéristique H_0 en fonction de p. En étendant aux poudres ferro-magnétiques isolées la relation (5) : $\omega_0 = \gamma(BH)^{1/2}$, on déduit pour chaque charge une constante apparente γ_a et l'on trouve que les courants de Foucault dans nos échantillons ne modifient pas la pulsation de résonance ω_c.

A titre d'exemple, pour une poudre Nickel Mond du type α, nous avons

(4) BIRKS, *Proc. Phys. Soc.*, 60, 1948, p. 282.
(5) KITTEL, *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 270; 73, 1948, p. 155.

trouvé respectivement aux fréquences de 23960 et 9375 Mc/sec

$$\frac{1}{2\pi}\gamma_a = 2,57_1 \text{ Mc/sec/Oe} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2\pi}\gamma_a = 2,57_6 \text{ Mc/sec/Oe} \quad \text{pour} \quad p = 0,14,$$

la dispersion des résultats étant cependant de 0,7 % pour $p = 0,19$. Ceci montre la précision actuelle de la méthode et des dispositifs employés.

ÉLECTRONIQUE. — *Optique ionique de la source d'ions des spectromètres de masse.* Note (*) de M. **René Vauthier**, présentée par M. Jean Cabannes.

Le système de fentes constituant la source d'ions habituellement employée dans les spectromètres de masse, peut être considéré, du point de vue de l'optique électronique (ou ionique), comme un système de lentilles cylindriques (du type lentille à immersion). Pour cette étude, nous ferons provisoirement les hypothèses simplificatrices suivantes : 1° les fentes sont infiniment longues et percées dans des plans infiniment minces; 2° l'épaisseur du faisceau transversal d'électrons ionisants (de trace S) est négligeable; 3° les ions formés le long de ce faisceau ont une énergie initiale nulle; 4° nous négligerons la charge d'espace; 5° le champ magnétique est nul à l'intérieur de la source d'ions.

Dans ces conditions, la forme des trajectoires dépend : 1° de quatre paramètres géométriques : les largeurs des fentes $2\rho_1$ et $2\rho_2$, la distance d_0 de l'électrode (O) à l'électrode (1), la distance a de la source S à la fente (1), toutes ces dimensions étant rapportées à l'écartement $2d$ des deux fentes; 2° d'un paramètre électrique, le rapport U_1/U_2 des tensions U_1 et U_2 des deux fentes, l'électrode (O) étant au potentiel 0.

Calcul des trajectoires. — 1° La fente (1) se comportant comme une lentille cylindrique fortement convergente constitue un cas difficile à traiter analytiquement. Aussi avons-nous procédé au calcul numérique de la portion de trajectoire comprise entre S et la fente (2), par la méthode de Gans, adaptée au cas des champs à deux dimensions. Nous avons adopté la répartition de potentiel dans le plan de symétrie (de trace Oz) précisée par Straschkewitsch [1].

2° La fente de sortie se comporte comme une lentille faiblement divergente. Un ion qui l'aborde à une distance r_b de Oz, subit de sa part une déviation

$$\Delta r' = \frac{\Phi'_{1-2}}{2\Phi_2} r_b = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\rho_2}{2}\right) r_b,$$

$\Delta r'$ n'est pas négligeable, mais varie peu avec ρ_2. Nous négligerons cette varia-

(*) Séance du 9 octobre 1950.

(1) *Journal of Physics*, 3, n° 6, 1940, p. 507-523.

tion par la suite. Les calculs ont été faits pour

$$a = -0{,}40, \qquad U_1 = 0, \qquad 0{,}01 < \rho_1,\ \rho_2 < 0{,}10.$$

Résultats. — 1° Qualitativement, les trajectoires passent toutes, d'abord par une focale réelle F très voisine du point O (*fig.* 1), puis par une focale virtuelle F′, voisine de O également. C'est cette dernière focale qui joue le rôle d'objet vis-à-vis du champ magnétique analyseur, et non la fente (2) qui ne joue plus que le rôle de *diaphragme de champ et d'ouverture* à la fois. La grandeur ρ_2 n'interviendra plus (en tout cas, pas de façon simple) dans le calcul du pouvoir séparateur des spectromètres de masse, relatif à la largeur de source. La fente (1) ne diaphragme le faisceau en aucun des cas envisagés.

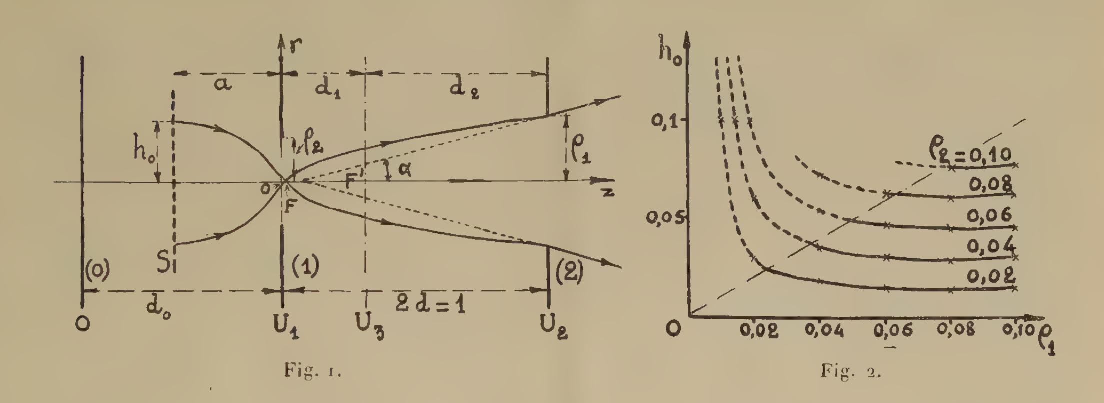


Fig. 1. Fig. 2.

2° *Ouverture* α *du faisceau.* — On peut représenter de façon simple la variation de α en fonction de ρ_1 et ρ_2 par la relation empirique

$$\alpha = (2{,}4\rho_1 + 1{,}0)\rho_2,$$

valable dans les limites indiquées, qui redonne les résultats des calculs précédents à 2 % près. On constatera que α varie peu avec ρ_1, mais dépend surtout de ρ_2.

L'abscisse $z_{F'}$ de F′ est donnée par $z_{F'} = 1 - (\rho_2/\alpha)$.

3° *Intensité transportée par le faisceau.* — Elle est proportionnelle à l'aire découpée sur la source S par la partie utilisée du faisceau ; cette aire, définie par h_0, varie rapidement avec ρ_1, et est proportionnelle à ρ_2 (*fig.* 2). Il peut paraître paradoxal de constater que l'intensité transmise est d'autant plus grande que ρ_1 est plus petit. Les parties en pointillé des courbes correspondent aux cas où $h_0 > \rho_1$, pour lesquels les aberrations commencent à prendre une importance qui croît rapidement avec h_0.

Nous étudierons prochainement l'influence du champ d'extraction (défini par U_1/d_0), et de l'épaisseur de la source d'ions S.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Convergence transversale créée par les fentes des instruments d'optique ionique.* Note de M. **François Bertein**, présentée par M. Gustave Ribaud.

On sait que certains instruments tels que le spectromètre de masse, mettent en jeu une optique électronique (ou ionique) à deux dimensions : les trajectoires des corpuscules y sont théoriquement parallèles à un plan fixe xOz. On s'efforce de parvenir à ce résultat à l'aide d'électrodes et d'ouvertures disposées parallèlement à l'axe perpendiculaire Oy. Toutefois, ces divers éléments ne peuvent remplir rigoureusement un tel rôle en raison de leurs dimensions limitées et l'on doit s'attendre à de faibles effets de convergence du faisceau vers le plan xOz, convergence que nous dirons transversale.

Nous examinerons ici la convergence introduite par une fente F parallèle à Oy et percée dans une plaque métallique très mince. F présente théoriquement la forme d'un rectangle très étroit; il peut être difficile de lui assurer dans la réalité une largeur bien uniforme s'il s'agit d'une quantité de l'ordre de $0^{\text{mm}},1$; nous admettrons ici qu'on puisse assimiler F à une ellipse très aplatie située dans le plan xOy, de centre O et de demi-axes a, b $(a \gg b)$. F fait communiquer en général deux régions de champs uniformes parallèles à Oz et qu'on notera E_1 et E_2. Dans ces conditions, on connaît la loi de distribution de potentiel créée par F ([1]).

Étant donnée une trajectoire incidente parallèle au plan xOz, sa convergence transversale est déterminée par l'angle θ dont elle s'infléchit ([2]) vers ce plan lors de la traversée de la fente. Moyennant des approximations évidentes l'on a

$$\theta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E_y\,dz}{2V_0}, \tag{1}$$

l'intégrale étant calculée pour la valeur y de la trajectoire et V_0 désignant le potentiel moyen d'accélération de la particule.

Envisageons d'abord le cas des trajectoires voisines de l'axe; on a

$$E_y = \frac{E_1 - E_2}{2} ab^2 y (a^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} (b^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

et l'expression (1) fait ainsi intervenir une intégrale calculable à l'aide des fonctions elliptiques.

Moyennant les notations habituelles de ces fonctions l'on peut se ramener à l'intégrale $\int_0^{iK'} du/(sn^2 u - a^2/b^2)$ dont on connaît l'expression ([3]).

([1]) M. Cotte, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 377.

([2]) Ce terme ayant bien entendu un sens algébrique.

([3]) L. Potin, *Formules et tables numériques*, Paris, p. 749.

Il en résulte finalement la valeur suivante pour θ :

$$\theta = -y\,\frac{E_1 - E_2}{2\,V_0}\,\frac{b^2}{a^2}\log 4\,\frac{a}{b},$$

moyennant la condition $b \ll a$; conformément aux usages de l'optique, cette convergence s'exprime par une distance focale transversale f_y

$$(2)\qquad \frac{1}{f_y} = -\,\frac{E_1 - E_2}{2\,V_0}\,\frac{b^2}{a^2}\log 4\,\frac{a}{b}.$$

Si F est la fente de sortie de la source d'ions d'un spectromètre, on peut avoir par exemple : $E_1 - E_2 = 2000$ V/cm, $V_0 = 2000$ V, $b/a = 1/20$, d'où $f_y = -150^{cm}$ environ (effet divergent).

La *première* fente F′ de la source par laquelle s'effectue l'extraction des ions, présente, toutes choses égales d'ailleurs un effet plus important en raison de la valeur V'_0 beaucoup plus faible de la tension moyenne des ions à son niveau; il est facile de voir que la convergence de l'ensemble des deux fentes FF′ a, dans ces conditions, la valeur $\sqrt{V_0/V'_0}\,(1/f_y)$, d'où une distance focale transversale de l'ordre du décimètre par exemple, pour une source d'ions comprenant les deux fentes F′ et F.

Bien que le cas de fentes rigoureusement rectangulaires soit sans doute plus favorable, on conçoit ainsi l'intérêt que peuvent présenter des électrodes correctrices de focalisation transversale dans le but de regrouper les trajectoires; une divergence supplémentaire à corriger serait d'ailleurs celle présentée par les ions formés avec énergie cinétique.

Rappelons toutefois que les résultats précédents sont établis pour des rayons voisins de l'axe; mais si V_0 n'est pas trop faible ils subsistent pour les rayons extrêmes ainsi que le montre le calcul pour le rayon du bord supérieur de la fente. L'expression générale du potentiel [1] dans le plan yOz se présente alors sous la forme

$$V(z, \lambda) = z\,g(\lambda),$$

et l'on peut écrire l'intégrale figurant en (1)

$$-\int \frac{\dfrac{\partial\lambda}{\partial y}}{\dfrac{\partial\lambda}{\partial z}}\,z\,dg,$$

ce qui donne lieu à un calcul relativement simple.

Cette constance de la convergence, quel que soit l'écartement du rayon, constitue d'ailleurs une propriété valable également en projection xOz, ce qu'on démontre aisément : les fentes se comportent comme des lentilles, même pour les rayons extrêmes.

ÉMISSION THERMIONIQUE. — *Propriétés thermioniques et activation de la thorine.* Note de M. **Guy Mesnard**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Des travaux récents ont montré l'intérêt des cathodes à la thorine pour les tubes d'émission de moyenne puissance; le mécanisme de l'émission est toutefois peu connu, et les constantes A et φ de l'équation de Richardson :

$$i_0 = AT^2 \exp\left[-e\frac{\varphi}{kT}\right],$$

données pour la thorine par divers auteurs, sont très divergentes (A variant de 0,016 à près de 100 A/cm² et φ de 1,67 à plus de 3 V), les densités de courant indiquées étant de quelques ampères par centimètre carré pour une température de fonctionnement de 2000° K. Nous avons opéré sur des cathodes constituées par un fil de tungstène recouvert de thorine par électrophorèse [1]. Les diodes expérimentales comportaient une anode cylindrique prolongée par deux anneaux de garde. Elles ont été pompées en prenant toutes les précautions nécessaires pour assurer leur dégazage et, avant le scellement du tube, un *getter* très actif au baryum était vaporisé. Nous avons déterminé la température par pyrométrie du support partiellement découvert, dont l'émissivité optique est connue (tandis que celle de la thorine varie), en tenant compte de la chute de température qui s'établit à travers le revêtement lorsqu'il émet des électrons. L'épaisseur de la couche de thorine (qui a une nette influence) était en moyenne de 40^{μ}.

Le courant obtenu, ainsi que les valeurs de A et φ, dépendent beaucoup des traitements subis par la cathode, l'équation de Richardson étant assez bien vérifiée, à la condition de ne considérer que des mesures effectuées dans un certain domaine de températures et en un temps assez court. Dans des conditions données, l'émission évoluait en effet au cours du temps. Nous ne nous occuperons ici que de l'émission obtenue immédiatement après un traitement dit d'activation à haute température (d'une durée de une à deux minutes); l'évolution de l'activation, ainsi que le mécanisme de l'émission, feront l'objet d'une prochaine Note. L'existence de plusieurs états d'activation a d'ailleurs été signalée brièvement par Weinreich [2], mais nous pensons plutôt avec Fan [3] qu'à chaque température d'activation correspond un certain état de la cathode, conduisant, à plus basse température, à une certaine émission initiale, de sorte qu'on ne peut parler d'un nombre fini d'états d'activation. Il existe d'ailleurs des procédés d'activation non thermiques que nous n'envisageons

(1) G. Mesnard, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 70-72.

(2) *J. Franklin Inst.*, 1950, p. 95-96.

(3) *J. Appl. Physics*, 20, 1949, p. 682-690.

pas ici; remarquons seulement que l'extraction d'un courant thermionique ne semble pas avoir d'effet important. Tant que la température reste assez basse, l'émission est très faible, la valeur de φ étant élevée. L'activation apparaît de façon assez brusque lors d'un premier traitement à une température de l'ordre de 1950° K. On obtient alors des courants de saturation de l'ordre de 0,05 A/cm² à 1600° K et plus de 0,5 A/cm² à 1900° K; φ a pris une valeur relativement faible (entre 1,5 et 2 V), mais A est également faible (quelques mA/cm²). Si l'on traite la cathode à des températures de plus en plus élevées, l'émission augmente progressivement. A et φ décroissent d'abord quelque peu (jusque vers 2150° K), puis croissent, surtout A, dans des proportions plus grandes que le courant : on arrive à des valeurs de A de l'ordre de 100 A/cm² et de φ supérieures à 2,5 V; une relation linéaire entre Log A et φ reste d'ailleurs sensiblement vérifiée au cours de cette croissance. Les courants de saturation obtenus sont de l'ordre de 0,5 A/cm² à 1600° K et près de 3 A/cm² à 1900° K, pour une température d'activation de l'ordre de 2650° K; au delà l'émission diminue quelque peu. *Ces importantes densités de courant ne peuvent toujours être obtenues, en particulier pour des cathodes rendues moins fragiles par une aspersion de collodion, qui semble empoisonner quelque peu la cathode.* Mais il est remarquable que des valeurs de cet ordre aient pu être obtenues avec des traces de gaz qui auraient à peu près complètement éteint l'émission des cathodes complexes usuelles.

Il se dégage de cette analyse schématique que l'activation initiale et essentielle se produit à une température relativement basse (*par rapport à celle qui est nécessaire pour les cathodes thoriées*) et d'une façon brutale (*elle s'accompagne d'ailleurs d'importantes variations du pouvoir émissif optique et de la résistance de la cathode*). Si l'on remarque que l'activation est vraisemblablement due à l'apparition de thorium libre, on peut expliquer la première constatation par le fait que les oxydes volatils de tungstène qui se formeraient par réduction de la thorine sont obtenus plus facilement au contact du revêtement poreux de thorine qu'au sein du tungstène. Mais nous pensons plutôt que le premier chauffage de la thorine initialement amorphe qui en produit la cristallisation progressive, mais assez brutale à haute température, permet la formation d'atomes d'insertion de thorium; cela explique la corrélation entre l'activation initiale et les variations d'émissivité et de résistance de la cathode, distinctes au début de celles causées par l'existence de thorium libre. L'observation aux rayons X nous a permis de suivre cette cristallisation et aussi, grâce à l'utilisation de la très sensible méthode *en retour* (examen des rayons diffractés aux alentours de 180°), de déceler des variations du paramètre du réseau cristallin de la thorine, explicables par des insertions de thorium, qui se produiraient spontanément en quantité déterminée à chaque température (défauts du réseau). Quoi qu'il en soit, il faut voir dans les remarquables aptitudes des cathodes à la thorine, les effets de l'existence d'une grande réserve de thorium,

qui est produit en quantité déjà appréciable aux températures mêmes de fonctionnement; cette température ne doit pas dépasser 2 000° K afin d'assurer à la cathode une durée de vie acceptable. Il est par ailleurs inutile de trop pousser l'activation, son effet se trouvant annulé par l'évolution ultérieure de la cathode; le rendement initial après une telle activation n'est d'ailleurs guère augmenté en raison de l'augmentation de l'émissivité optique.

SPECTROGRAPHIE. — *Élimination des erreurs dues aux variations du fond continu en spectrographie quantitative.* Note (*) de M. **Eugène Roux** et Mlle **Christiane Husson**, présentée par M. Charles Maurain.

L'arc électrique comme source lumineuse en spectrographie quantitative bien qu'apportant une plus grande stabilité que l'étincelle, présente cependant un inconvénient important : il donne un fond continu beaucoup plus dense que l'étincelle et les variations de ce fond continu, suivant la composition minérale ou organique de l'échantillon à analyser, sont une source d'erreurs importantes.

Le but de ce travail a été la recherche d'une méthode permettant une détermination plus précise d'un élément en tenant compte de la valeur du fond continu au voisinage de la raie utilisée pour le dosage de cet élément.

Nous avons commencé par étudier les variations du noircissement d'une raie d'intensité rigoureusement constante en fonction du fond continu qui l'accompagne. La raie utilisée fut la raie 3650 Å fournie par une lampe à vapeur de mercure Phillips H. P. 300, ayant atteint son régime normal et éclairant la fente du spectrographe pendant 1 seconde. Les fonds continus variables furent obtenus en surimpressionnant la plaque Kodak Panatomic X pendant des temps variables à l'aide d'une lampe étalon à Hydrogène Chalonge et Lambrey.

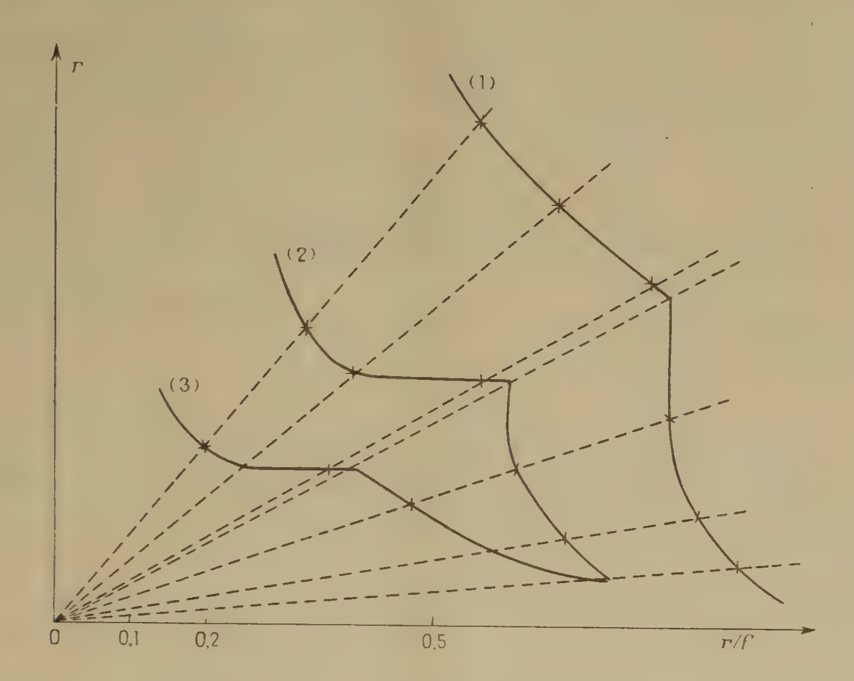
Les noircissements furent repérés à l'aide d'un microphotomètre et l'on obtint la courbe (1) ci-contre en portant en ordonnée les indications du photomètre pour la raie et en abscisse le rapport r/f des déviations pour la raie et pour le fond. Les courbes (2) et (3) relatives à la même raie furent obtenues avec des temps d'éclairement différents pour la lampe à vapeur de mercure.

L'étude de ces courbes nous a amenés à adopter la méthode suivante pour éliminer les erreurs dues aux variations du fond continu en spectrographie quantitative.

Le principe consiste à créer artificiellement sur la plaque étalon un fond continu variable destiné à jouer le rôle de celui dû aux impuretés contenues dans la solution à analyser. Les variations du fond continu accompagnant les

(*) Séance du 9 octobre 1950.

spectres étalons sont obtenues en surimpressionnant la plaque d'étalonnage pendant des temps variables à l'aide d'une lampe à hydrogène Chalonge et Lambrey.



On a comparé les indications fournies par le photomètre pour la plaque sur laquelle on a effectué le dosage à celles données par une plaque étalon. Les deux plaques étant obtenues dans les mêmes conditions en ce qui concerne l'intensité du courant qui parcourt l'arc, la position des électrodes par rapport à la fente du spectrographe, le temps de pose et les conditions de développement.

MODE OPÉRATOIRE. — *Préparation de la plaque étalon.* — Soit par exemple à doser le cuivre dans un mélange complexe.

Sur une même plaque, on fait trois séries de cinq spectres identiques en utilisant par exemple une technique précédemment indiquée [1]. Une série correspond à 0,1 de Cu dans la prise d'essai. La seconde série à 0,5 et la troisième à 1.

Le premier spectre de chacune de ces trois séries n'est pas surimpressionné;

Le deuxième l'est pendant		3	secondes;
Le troisième	»	7	»
Le quatrième	»	15	»
Le cinquième	»	30	»

---

[1] ROUX et HUSSON, *Comptes rendus*, **230**, 1950, p. 1068-1070.

ÉTABLISSEMENT DES COURBES D'ÉTALONNAGE. — On trace les trois courbes correspondant à chacune des trois séries de cinq spectres en portant en ordonnée l'indication r du photomètre pour la raie et en abscisse le rapport r/f des indications pour la raie et pour le fond.

Une courbe correspond donc à $1/10^{\gamma}$ Cu, la seconde à $5/10^{\gamma}$ et la troisième à 1^{γ}. Avec ce mode de représentation, chaque droite issue de l'origine correspond à un fond continu constant.

Dès lors, pour déterminer la quantité de cuivre présente dans un mélange complexe, il suffit de joindre l'origine des axes au point obtenu pour la substance que l'on a à analyser et de lire sur la droite ainsi construite la quantité de cuivre correspondante.

Cette méthode est aussi susceptible d'application en spectrographie d'absorption.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le rétractomètre, appareil pour l'étude du frittage et des réactions à l'état solide.* Note de MM. **Stéphane Tacvorian** et **Maurice Lévecque**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Les réactions à l'état solide s'accompagnent de variations plus ou moins notables de volume. Dans le cas du frittage des poudres, ces variations peuvent atteindre linéairement 20-25 % de la longueur initiale.

Pour l'étude de la dilatation thermique en particulier, de nombreuses méthodes ont été proposées pour l'enregistrement des phénomènes en fonction de la température, mais leur application se trouve limitée aux basses températures.

Utilisant un tube d'alumine frittée, le rétractomètre permet l'enregistrement direct jusqu'à 1800° C des variations de longueur d'une barrette de 60^{mm}, dont l'une des extrémités s'appuie sur l'extrémité fermée d'un tube-support. L'autre extrémité actionne un levier par l'intermédiaire d'une tige centrale en alumine. L'amplification mécanique a pour coefficient 7,5 et l'enregistrement s'opère sur un tambour en fonction du temps. La température de l'échantillon est déterminée soit à l'aide d'un couple, soit au-dessus de 1000° C au moyen d'un pyromètre optique.

La critique des conditions de fonctionnement de l'appareil montre qu'il peut enregistrer des variations de 0,1 % de la longueur de l'éprouvette, en fonction de la température définie à 5 degrés près.

L'appareil permet non seulement de préciser par une seule opération la température de frittage et le coefficient de retrait, mais encore et surtout de déterminer, pour tout système solide, les phénomènes physicochimiques qui se déroulent aux diverses températures et dont l'origine peut être le frittage, les réactions à l'état solide, les phénomènes allotropiques, etc.

Frittage des poudres comprimées. — *Frittage du kaolin.* — Une éprouvette pressée à 350 kg/cm² soumise à une élévation progressive de la température, montre vers 500° C un retrait représentant le départ de l'eau de constitution avec formation de métakaolin. La libération de silice à partir de ce dernier correspond à un nouveau palier vers 900° C. Le retrait total à 1550° C représente 14,3 %.

Frittage de l'alumine en poudre. — L'alumine pure, calcinée à 1200° C, puis ramenée à une granulométrie adéquate par broyage, est comprimée en éprouvette.

On observe un seuil de frittage vers 1000° C, ce qui explique l'intérêt du préfrittage à 1200° C (température pour laquelle le retrait est de 0,6 %) si l'on désire façonner le *dégourdi*.

La vitesse du retrait croît dès 1300° C; elle se maintient sans changement jusqu'à 1700° C, où le retrait atteint 17,5 %. Cette vitesse relativement faible du frittage indique un grossissement marqué des cristaux.

Réactions a l'état solide. — *Action de l'alumine sur la magnésie.* — Un mélange équimoléculaire d'alumine et de magnésie fraîchement calcinée, d'une granulométrie convenable, est transformé en éprouvette, par compression.

Le diagramme accuse un allongement de 2,1 % de l'éprouvette entre 970 et 1400° C, ce qui correspond à la formation du spinelle magnésien. Ce fait est en accord avec la variation de la densité, qui est plus forte pour le mélange (D : 3,85) que pour le spinelle formé (D : 3,5). Le retrait que l'on observe au-dessus de 1400° C est dû au frittage.

Action de l'azote sur le chrome. — Une éprouvette de chrome en poudre comprimée est chauffée dans une atmosphère d'azote purifié et sec.

Dès 650° C, on remarque un allongement de l'éprouvette qui doit être attribué à la fixation de l'azote; la réaction se poursuit jusqu'à 980° C. A partir de ce point un retrait très net se dessine, que nous attribuons à une libération d'azote au moins jusqu'à 1300° C.

La raison en est qu'une expérience témoin conduite dans les mêmes conditions dans l'hydrogène pur et sec au lieu de l'azote, ne révèle aucun commencement de frittage.

En *alternant* l'atmosphère à cette température par introduction d'azote, l'allongement de l'éprouvette est immédiat et d'une intensité presque équivalente à celui de l'expérience précédente à la même température.

Étude de l'allotropie. — La technique que nous avons adoptée pour l'étude au rétractomètre de l'allotropie est sensiblement différente de ce qui précède.

Ici, l'éprouvette comprimée est au préalable frittée à une température légèrement supérieure à laquelle a lieu la transformation puis refroidie lentement. Lors d'un second chauffage toute variation de longueur doit être attribuée au phénomène allotropique.

Allotropie de la zircone. — Une éprouvette obtenue à partir de la zircone très

fine, ayant une teneur de silice inférieure à 0,02 %, sans traces de TiO_2 ni de Fe_2O_3, a été frittée au préalable à 1500° C. Le diagramme de ce traitement indique, en plus du frittage, un changement de longueur entre 900 et 1200° C à l'aller et au retour, dû à un phénomène allotropique.

Lors d'un second chauffage jusqu'à 1400° C, à raison de 200 degrés/heure, on observe à 1150° C une diminution de longueur qui atteint 1,2 % à 1390° C; elle est due à la transformation ZrO_2 monoclinique → ZrO_2 prismatique. Une hystérésis importante se manifeste au retour : la transformation inverse s'amorce à 990° C.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Conjugaison homocyclique dans un diène pentagonal et ses homologues mono- et dibenzéniques*. Note de MM. **Gaston Berthier** et **Bernard Pullman**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le tableau contient les énergies des orbitales moléculaires (compte tenu du recouvrement) dans les composés (I), (II) et (III), calculées dans l'approximation d'une conjugaison homocyclique, c'est-à-dire en admettant l'équivalence complète des orbitales atomiques de tous les atomes de la périphérie [1]. Les symboles S ou A placés devant les coefficients correspondent à la symétrie

(I) (II) (III)

ou à l'antisymétrie vis-à-vis de la réflexion par rapport au plan de symétrie de la molécule. Les figures 1 et 2 représentent respectivement la distribution des charges électriques et des indices de liaison mobiles dans les mêmes composés.

Fig. 1.

Fig. 2.

[1] *Voir* à ce sujet E. Hückel, *Z. Phys.*, 70, 1931, p. 242; 76, 1932, p. 634; R. S. Mulliken, *J. Chem. Phys.*, 7, 1939, p. 340.

On observe une décroissance de l'énergie de la transition $N \to V_1$ [égale à $3^{\beta},2523$, $1^{\beta},4355$ et $1^{\beta},1918$ respectivement dans (I), (II) et (III)] et une diminution de la délocalisation du doublet libre de l'atome X avec l'adjonction d'un, puis de deux noyaux benzéniques au cycle pentagonal.

Composé	(I).	(II).	(III).
	–	–	A —5,2937
	–	–	S —4,5612
	–	—4,8[illegible]	S —2,1876
	–	—2,9420	A —1,9644
	A —2,7170	—1,9150	A —1,3333
	S —2,7170	—1,1641	S —1,0185
$\dfrac{E-\alpha}{\gamma}$	S 0,5353	0,2747	S 0,1733
	A 0,5353	0,6169	A 0,5991
	S 1,3333	0,9192	A 0,8000
	–	1,1145	S 0,9772
	–	1,4694	S 1,0448
	–	–	A 1,2841
	–	–	S 1,5266

Ces résultats peuvent être utilisés pour interpréter l'évolution des propriétés physicochimiques dans les séries de composés connus pour lesquels X = O, NH, S, etc., car il est probable que les variations des deux caractéristiques précitées s'effectueront dans le même sens, quelle que soit la nature de l'hétéroatome. On peut par conséquent prévoir, et ceci est vérifié par l'expérience [2], que toutes ces séries de composés devraient présenter un déplacement bathochrome de la plus longue bande d'absorption lors de l'adjonction de noyaux benzéniques au diène cyclique. Signalons que cette évolution est inverse de celle observée dans la série des fulvènes [3]. On peut également prévoir que la composante du moment dipolaire due à la délocalisation du doublet libre de l'hétéroatome devrait décroître dans les mêmes conditions. Cette observation permet de décider de l'évolution du moment expérimental avec l'adjonction de noyaux benzéniques au cycle pentagonal, quand on en connaît la direction et la valeur dans le dérivé saturé du diène pentacyclique.

L'application d'un procédé de perturbation, dans lequel on tient compte à l'aide de paramètres appropriés du caractère spécifique de l'atome X, permet d'employer les données précédentes pour l'étude de composés réels. Nous décrirons dans une publication plus détaillée les résultats d'une telle étude dans le cas de X = O, NH, S.

([2]) *Voir* les tableaux des données expérimentales dans J. R. PLATT, *ONR Contract*, N 6 ORI-20, T. O. IX, Report for 1 June 1949, 31 March 1950, part two.

([3]) E. D. BERGMANN et Y. HIRSHBERG, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse); A. PULLMAN, B. PULLMAN et P. RUMPF, *ibid.*, 15, 1948, p. 757; A. PULLMAN, G. BERTHIER et B. PULLMAN, *ibid.* (sous presse).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'apparition de systèmes diéniques pendant la déshydratation de l'acide dihydroxystéarique et de son esther méthylique.* Note de MM. **Maurice Naudet** et **Pierre Desnuelle**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Quand on chauffe à 290° pendant quelques minutes de l'acide ricinoléique (ou du ricinoléate de méthyle) en présence d'un déshydratant, on obtient avec un bon rendement des quantités à peu près égales d'acides 9.11 et 9.12-linoléiques (ou les esters de ces acides) [1]. Dans ces conditions expérimentales, la réaction principale consiste donc en l'élimination de la fonction hydroxyle 12 avec l'un des hydrogènes portés par les carbones voisins (11 ou 13). Il nous a paru intéressant d'étudier le comportement, dans les mêmes conditions, de l'acide 9.10-dihydroxystéarique qui, comme on le sait [2], peut être obtenu par hydroxylation de l'acide oléique. Si, en effet, le départ des deux fonctions OH s'effectue, dans ce cas encore, en compagnie des hydrogènes voisins [réaction (I)], il devient possible d'obtenir commodément des chaînes linoléiques conjuguées à partir des chaînes oléiques et, plus généralement, des chaînes grasses diéniques à partir des chaînes grasses monoinsaturées.

On semble penser généralement [3] que la déshydratation du système α glycolique de l'acide dihydroxystéarique conduit principalement à la formation du dérivé cétonique [réaction (II)]. On peut croire alors que, dans ce système, ce sont les hydrogènes reliés aux carbones 9 et 10 qui sont doués de la plus grande mobilité. Mais les hydrogènes des fonctions hydroxyle sont eux-mêmes certainement très mobiles et la formation de ponts époxyde pendant la déshydratation [réaction (III)] doit être aussi prévue. Or, ces époxydes, s'ils se forment, vont ultérieurement fournir des quantités notables de diènes [4]. En d'autres termes, on peut espérer que les réactions (I) et (III) soient génératrices de systèmes diéniques et que seule la réaction (II) intervienne dans une certaine mesure pour abaisser le rendement en ces systèmes.

$$\underset{11}{-CH_2}-\underset{\underset{OH}{|}}{\overset{10}{CH}}-\underset{\underset{OH}{|}}{\overset{9}{CH}}-\overset{8}{CH_2}- \begin{cases} \xrightarrow{(I)} -CH{=}CH-CH{=}CH- & \text{(diène).} \\ \xrightarrow{(II)} -CH_2-CH{=}\underset{\underset{OH}{|}}{C}-CH_2- & \text{[cétone (énol)].} \\ \xrightarrow{(III)} -CH_2-\underbrace{CH-CH}_{O}-CH_2- & \text{(époxyde).} \end{cases}$$

---

(1) P. Desnuelle et R. Massoni, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).
(2) M. Naudet et P. Desnuelle, *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).
(3) H. P. Kaufmann et G. Ganeff, *Fette und Seifen*, 50, 1943, p. 425.
(4) J. A. Crowder et A. C. Elm, *Ind. End. Chem.*, 41, 1949, p. 1771.

Dans une première série d'essais, nous avons chauffé à 290°, en présence de 0,5 % d'acide *p*-toluènesulfonique, de l'acide 9.10-dihydroxystéarique *cis* (A_1) ou *trans* (A_2) ainsi que l'ester méthylique de l'acide *trans* (E). Pendant 3 minutes exactement, le vide est maintenu à 200^{mm} de Hg. Puis il est poussé à 1^{mm}, ce qui provoque la distillation d'environ 80 % du mélange. Dans ce distillat, on mesure les indices d'hydrogène et d'hydroxyle, la teneur en diènes (spectrographie U. V.) et enfin les proportions en acides dihydroxycéto et époxystéariques ([3]) (tableau I).

TABLEAU I. — *Analyse du distillat après déshydratation.*

Substance déshydratée.	Indices		Composition (%) en acides (ou esters)				
			linoléique				
	d'hydrogène.	d'hydroxyle.	diène.	autre.	céto-stéarique.	époxy-stéarique.	hydroxy-éthylénique.
A_1....	149	29,3	47,1	31,9	5,1	6,9	7,0
A_2....	142	24,5	45,4	31,0	10,9	7,1	4,2
E.....	141	18,5	43,2	36,2	5,1	7,7	5,1

Dans une deuxième série, le mélange réactionnel est brusquement refroidi après 5 minutes de chauffage. Les dosages précédents sont effectués sur le mélange lui-même et un bilan global de l'opération ([4]) [s'exprimant par les trois rapports $\Delta h/h$, $\Delta n/\Delta h$ et $d/\Delta n$ ([5])] peut ainsi être établi (tableau II).

TABLEAU II. — *Analyse du mélange déshydraté et bilan de l'opération.*

Substance déshydratée.	Indices		Teneur (%) en acides (ou esters)		Bilan		
	d'hydrogène.	d'hydroxyle.	cétonique.	diénique.	$\frac{\Delta h}{h}$.	$\frac{\Delta n}{\Delta h}$.	$\frac{d}{\Delta n}$.
A_1.....	120,8	4,5	23,0	33,4	0,98	0,69	0,50
E......	115,0	5,6	22,1	33,1	0,98	0,69	0,49

Les chiffres des tableaux montrent que la déshydratation de l'acide 9.10-dihydroxystéarique et de son ester peut donner naissance à des produits fortement insaturés (indice d'iode du distillat : 141-149; du mélange déshydraté total : 115-121). Les réactions (I) et (III) sont donc prépondérantes dans nos conditions expérimentales. A la disparition de 100 fonctions OH, correspond l'apparition de 70 doubles liaisons nouvelles ($\Delta n/\Delta h = 0,7$ environ). On observera que la moitié seulement de ces doubles liaisons sont en position conjuguée ($d/\Delta n = 0,5$), par suite sans doute d'une isomérisation ultérieure des systèmes diéniques.

([5]) *h*, nombre de fonctions OH par gramme; *n*, nombre de doubles liaisons par gramme; *d*, nombre de doubles liaisons conjuguées par gramme.

Le symbole Δ est relatif à la variation de la grandeur considérée pendant la déshydratation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle substance œstrogène.* Note (*)
de MM. **Joseph Schmitt**, **Albert Lespagnol** et **Marcel Brunaud**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les auteurs décrivent un produit résultant de la dimérisation du para hydroxy-iso-buténnyl benzène possédant des propriétés œstrogènes.

Au cours de recherches en vue de la préparation de substances œstrogènes, nous avons obtenu très commodément un produit qui nous paraît présenter un notable intérêt, non seulement par son activité et par la commodité de sa préparation, mais aussi par les problèmes chimiques que soulèvent les particularités de son obtention et la détermination de sa structure. On le prépare par dimérisation en milieu acide du *p*-hydroxy-iso-buténnyl benzène (I) qui se comporte à cet égard, autrement que l'anol (II) qui en est l'homologue inférieur et qui ne se dimérise en hexœstrol (III) qu'en très faibles proportions ([1]). Le produit obtenu $C_{20}H_{24}O_2$ (VII) fond à 135°; son ester dibenzoïque à 123°; l'ester diacétique est liquide ($E_{0,5}$ 210°).

L'hydrogénation du composé (en solution acétique et en présence de platine) met en évidence une double liaison. Le produit de réduction est liquide et nous avons pu, après benzoylation, en séparer deux composés ayant des points de fusion différents (80 et 71°, le premier en quantité prépondérante). Ces dérivés correspondent à la même formule et sont très vraisemblablement des stéréo-isomères.

L'oxydation de l'ester dibenzoïque de (VII) réalisée par le permanganate de potassium donne après élimination de deux chaînons carbonés (vraisemblablement sous forme d'aldéhyde éthylique reconnaissable à son odeur) un produit de formule $C_{27}H_{28}O_3$, que nous pensons être une cétone (IV) bien que certains caractères de cette fonction soient masqués, ce qui n'est d'ailleurs pas exceptionnel en cette série. L'oxydation acétochromique conduit au même produit. Le dérivé dimérisé (VII) est facile à préparer puisqu'il suffit de traiter la *p*-méthoxy-acétophénone (V) par le bromure d'éthyle-magnésium; on obtient ainsi le *p*-méthoxy-isobuténnyl benzène dont la déméthylation est facilement réalisée par la potasse et qui se dimérise aisément sous l'action de l'acide chlorhydrique. Toutes ces réactions s'effectuent avec un bon rendement.

En première approximation et en accord avec les travaux de Bergmann, Taubadel et Weiss ([2]) relatifs à l'isopropényl benzène nous proposons pour ce dérivé la formule (VII).

(*) Séance du 9 octobre 1950.

([1]) Campbell, Dodds et Lawson, *Nature*, 142, 1938, p. 1121.

([2]) *Ber.*, 64, 1931, p. 1494.

Essayé physiologiquement par le test d'Allen et Doisy (voie parentérale), il s'est révélé comme possédant une activité du même ordre de grandeur que celle des œstrogènes de synthèse utilisés en clinique ($0^{\gamma},25$ = une unité internationale de folliculine).

$CH=CH-CH_3$ HO (II)

CH_3 H_2C CH CH CH_2 CH_3 OH HO (III)

CH_3 $C=CH-CH_3$ HO (I) → CH_3 CH $C-CH_2-C$ CH_3 CH_2 CH_3 OH HO (VII)

CO CH_2-C CH_3 CH_2 CH_3 OR RO $R = CO-C_6H_5$ (IV)

CH_3 $C=CH-CH_3$ CH_3O (VI) $\xleftarrow{+C_2H_5MgBr}$ CH_3 CO H_3CO (V)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques acides acryliques et propioniques disubstitués dérivés du naphtalène.* Note de Mlle **Germaine Cauquil**, M. **Héribert Barrera** et Mlle **Geneviève Turpin**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les deux couples d'acides stéréoisomères (α-naphtyl)-3 (β-naphtyl)-3 acryliques et (α-naphtyl)-3 (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8') acryliques ont été obtenus par réaction de Reformatsky. Leur réduction a donné les deux acides propioniques correspondants. Contrairement aux faits connus, c'est la forme *allo* qui s'est formée en plus grande quantité dans ces deux séries acryliques.

La réaction de Reformatsky appliquée à la condensation des cétones avec le bromacétate d'éthyle, en présence de zinc ou de magnésium, constitue une voie

d'accès aux acides acryliques β.β-disubstitués. En général, au cours de la déshydratation de l'acide-alcool, un seul des deux stéréoisomères possibles (*a*) ou (*b*) se forme.

$$\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!\!>C=C\!\!<\!\begin{matrix}COOH\\H\end{matrix} \qquad \begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!\!>C=C\!\!<\!\begin{matrix}H\\COOH\end{matrix}$$
(*a*) (*b*)

$$\begin{matrix}\alpha\text{-naphtyl}\\\beta\text{-naphtyl}\end{matrix}\!\!>C=CH-COOH \qquad \begin{matrix}\alpha\text{-naphtyl}\\\beta\text{-naphtyl}\end{matrix}\!\!>CH-CH_2-COOH$$
(*c*) (*d*)

$$\begin{matrix}\alpha\text{-naphtyl}\\\beta\text{-tétrahydro-5'.6'.7'.8'}\end{matrix}\!\!>C=CH-COOH \qquad \begin{matrix}\alpha\text{-naphtyl}\\\beta\text{-tétrahydro-5'.6'.7'.8'}\end{matrix}\!\!>CH-CH_2-COOH$$
(*e*) (*f*)

L'autre, appelé forme *allo*, peut être obtenu : soit par irradiation ultraviolette d'une solution du premier ([1]), soit par des réactions chimiques différentes. L'obtention simultanée des deux formes (*a*) et (*b*) a été rarement signalée ([2]).

D'après nos derniers travaux ([3]) et ceux de Koelsch et Prill ([4]), il semblerait que les deux formes existent presque toujours; mais en proportions très variables avec les substituants. Le plus souvent la forme *allo*, en très faible quantité, avait dû passer inaperçue.

Nous présentons deux nouveaux exemples, dans lesquels les substituants R et R' ont été volontairement choisis très voisins l'un de l'autre au point de vue propriétés générales, afin de faciliter la formation simultanée des deux stéréoisomères. Dans le premier : R = α — naphtyl, R' = β — naphtyl; et dans le deuxième : R = α — naphtyl, R' = β — tétrahydro-5'.6'.7'.8'-naphtyl.

La condensation des cétones correspondantes avec le bromacétate d'éthyle en présence de zinc se fait avec un mauvais rendement, même si l'on observe les recommandations techniques les plus récentes ([5]). Les deux tiers de la cétone primitive restent inchangés. La distillation du produit brut provoque la déshydratation de l'ester-alcool et la saponification par la potasse alcoolique fournit un mélange de deux acides.

Exemple I. — Par cristallisation dans l'éthanol, l'acide le moins soluble, et de beaucoup le plus abondant, fond à 205°; de ses eaux-mères on retire un deuxième acide, F 169-170°. L'irradiation ultraviolette laisse inchangé l'acide F 205°; et après quatre jours transforme quantitativement l'acide F 169-170° en acide F 205°. L'hydrogénation par l'amalgame de sodium à 2 % des deux isomères précédents, donne : l'acide (α-naphtyl)-3

([1]) R. Stoermer, *Ber.*, 42, 1909, p. 4865; *ibid.*, 44, 1911, p. 637.

([2]) G. Schroeter, *Ber.*, 40, 1907, p. 1589; H. Rupe, H. Steiger et F. Fiedler, *Ber.*, 47, 1914, p. 63.

([3]) G. Cauquil et H. Barrera, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1282; H. Barrera, *Thèse, Sc. Phys.*, Paris, 1948; G. Cauquil, H. Barrera et H. Orzalesi, *Bull. Soc. Chim.* [5] 17, 1950, p. 211.

([4]) *J. Am. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 1296.

([5]) R. Shriner, *Organic Reactions*, vol. I, Chap. I.

(β-naphtyl)-3 propionique $C_{23}H_{18}O_2$(*d*) F 164-165° après purification dans l'éthanol et le toluène. Les produits F 205° et 170° sont donc bien les deux acides (α-naphtyl)-3 (β-naphtyl)-3 acryliques stéréoisomères $C_{23}H_{16}O_2$(*c*).

Acide F 205°; P. M. observé 327; calculé 324; amide F 183°; dosage d'azote semi-micro Kjeldahl : observé 4, 44 % ; calculé pour $C_{23}H_{17}ON$: 4, 33 %.

Acide F 164-165°; P. M. observé 322; calculé 326.

Exemple II. — Par cristallisation fractionnée dans le mélange (benzène + éther de pétrole), puis dans l'éthanol on sépare un acide F 197° et, de ses eaux-mères, on retire un deuxième acide F 165° en assez faible quantité.

Par irradiation ultraviolette l'acide F 197° reste inaltéré; l'acide F 165°, après six jours, se transforme en totalité en acide F 197°.

Les deux stéréoisomères par réduction à l'amalgame de sodium donnent l'acide (α-naphtyl)-3 (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8'-naphtyl)-3 propionique $C_{23}H_{22}O_2$(*f*) F 185°, amide F 159° du méthanol ou de l'éthanol. Ce sont donc bien les acides (α-naphtyl)-3 (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8'-naphtyl)-3 acryliques (*e*).

Acide F 197°; P. M. observé 332; calculé 328; Amide F 185°; dosage N par semi-micro Kjeldahl : observé 4,12 % ; calculé pour $C_{23}H_{21}ON$: 4,28 %.

Acide F 185°; P. M. observé 329; calculé pour $C_{23}H_{22}O_2$: 350; Amide F 159°; dosage N par semi-micro Kjeldahl observé 4,32 %; calculé 4,25 %. Cet amide cristallise dans le toluène F 132°, sa formule d'après les résultats analytiques serait $C_{23}H_{23}ON$. 1/2 $C_6H_5.CH_3$.

Contrairement à ce qui arrivait dans les cas anciennement connus de formation simultanée des deux stéréoisomères ([2]), c'est la forme *allo*, celle d'énergie plus élevée qui s'est formée en quantité plus abondante; il ne semble donc pas que la stabilité thermodynamique soit un facteur important dans la formation de l'un ou l'autre isomère au cours de la déshydratation. La règle de Stœrmer ([6]) se trouve vérifiée dans ces deux nouveaux exemples : La forme *allo* a le plus haut point de fusion et la plus faible solubilité.

L'acide α-naphtyl)-3 (β-tetrahydro-5'.6'.7'.8')-3 propionique a été aussi synthétisé : par condensation du malonate d'éthyle sodé sur l'ester bromhydrique de l'(α-naphtyl) (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8') carbinol, suivie de saponification et décarboxylation par la chaleur à 175°-180°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés acétyléniques de l'anthracène : produits d'hydratation.* Note (*) de M. **Guy Rio**, présentée par M. Charles Dufraisse.

Obtention d'une dicétone et d'une monocétone acétylénique provenant du *bis*-(phényléthynyl)-9.10 anthracène; hydratation des dérivés dihalogénés du diquinol diacétylénique correspondant, passage à la monocétone acétylénique; proposition d'une nouvelle structure pour ces dérivés dihalogénés.

a. Poursuivant l'étude du *bis*-(phényléthynyl)-9.10 anthracène (I) décrit précédemment ([1]), j'ai hydraté cet hydrocarbure par l'acide sulfurique en

---

([6]) R. Stoermer F. Grimm et E. Laage, *Ber.*, 50, 1917, p. 959.

(*) Séance du 25 septembre 1950.

([1]) Ch. Dufraisse, J. Mathieu et G. Rio, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 937.

solution acétique à chaud, et j'ai obtenu une dicétone $C_{30}H_{22}O_2$, F 212-213°, jaune pâle, énolisable en solution de potasse méthylique avec coloration rouge; la facile énolisation explique l'existence de deux hydrogènes mobiles effectivement trouvés par la méthode de Zéréwitinoff. Le sens de la fixation des deux molécules d'eau a été déterminé par une synthèse de cette dicétone : réaction du chlorure de benzylmagnésium sur le dichlorure de l'acide anthracène-dicarboxylique-9.10 (III) [2]; la dicétone est donc le *bis*-(phénylacétyl)-9.10 anthracène (II). Cette synthèse, ainsi que les essais infructueux d'oximation et de réaction de la dinitro-2.4 phénylhydrazine, montrent que les carbonyles sont peu réactifs, comme ceux des cétones de ce type. Par contre les méthylènes sont facilement oxydables par l'anhydride sélénieux en solution acétique, formant une tétracétone, le *bis*-(phénylglyoxylyl)-9.10 anthracène, $C_{30}H_{18}O_4$ (IV), jaune vif, F 224-225°.

Si l'on cherche à hydrater incomplètement l'hydrocarbure (I) (durée de chauffage plus courte), on obtient une monocétone acétylénique, le phénylacétyl-9 phényléthynyl-10 anthracène (V), à côté du produit initial et de la dicétone, difficiles à éliminer, surtout cette dernière, même par chromatographie. La monocétone $C_{30}H_{20}O$, jaune vif, F 191-192°, formant un énolate jaune orangé avec la potasse méthylique, et possédant un hydrogène mobile, donne bien la dicétone (II) par hydratation complète, ce qui confirme la formule (V). Ces trois corps cétoniques (II), (IV) et (V) donnent des solutions non fluorescentes.

---

[2] J. Mathieu, *Ann. Chim.*, [11], 20, 1945, p. 231.

b. J'ai soumis au même réactif hydratant les composés halogénés $C_{30}H_{18}X_2$, obtenus par action des hydracides sur le dihydroxy-9.10 *bis*-(phényléthynyl)-9.10 dihydro-9.10 anthracène (VI *a*), et décrits dans une Note précédente [3]. Parmi ceux-ci, le composé chloré dimorphe (F 152-153° et 163-164°) ne conduit qu'à une résine, mais son isomère F 223-224° et l'analogue bromé F 251-252° donnent des produits d'hydratation $C_{30}H_{20}OX_2$, jaune pâle, respectivement F 184-185° et 199-200°; ils ne sont pas fluorescents en solution, leurs énolates sont jaune orangé et ils possèdent chacun un hydrogène mobile. Ils ne libèrent pas l'iode du mélange NaI + HCl, ce qui semble exclure la présence d'un halogène en α du carbonyle. Le dérivé bromé $C_{30}H_{20}OBr_2$ est déshalogéné, par la poudre de zinc et l'alcool, de manière beaucoup plus nette que le dérivé chloré, en donnant la monocétone acétylénique (V) décrite ci-dessus. La formule (IX) serait celle qui s'accorderait le mieux avec ces propriétés; les cétones halogénées seraient alors des dihalogénures de cétone acétylénique, ou encore des phénylacétyl-9 dihalogénostyryl-10 anthracènes.

c. Cette formation de monocétone (V) à partir des corps halogénés remet en question la formule bisallénique (X), qui avait été primitivement proposée pour ceux-ci [3], en admettant une transposition des halogènes de (VI *b*) conforme au type classique présenté par les dérivés triarylpropargyliques [4]. En effet, si cette formule était correcte, on pourrait envisager une hydratation donnant une cétone dihalogénée éthylénique (XI) par une addition 1.6, mais la déshalogénation de (XI) en cétone acétylénique (V) ne s'expliquerait alors que par un mécanisme assez compliqué. D'ailleurs l'un des caractères cités plus haut s'accommode mal de la formule (XI), à cause de la position α de l'un des halogènes par rapport au carbonyle.

Je suis donc amené à formuler une deuxième hypothèse pour la constitution des composés halogénés $C_{30}H_{18}X_2$. La formule (VIII), qui est celle de dihalogénostyryl-9 phényléthynyl-10 anthracènes, semble permettre de mieux interprêter ces nouvelles réactions. Le point de départ serait la formule, hypothétique dans le cas présent, des diesters normaux (VI *b*); elle serait transformée par une double migration des halogènes, l'une 1.3, du type triarylpropargylique ordinaire, donnant l'intermédiaire hypothétique (VII), l'autre 1.5, dont on connaît des analogues [5], aboutissant à la nouvelle structure proposée (VIII). Il serait également facile d'imaginer un mécanisme de passage par les hydracides du diol (VI *a*) à la structure (VIII) par des additions et éliminations, sans avoir à invoquer des transpositions à proprement parler.

---

(3) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 690.

(4) A. Willemart, *Ann. Chim.*, [10], 12, 1929, p. 415; J. Robin, *Ann. Chim.*, [10], 16, 1931, p. 481.

(5) Julian, *J. Am. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1607; 71, 1949, p. 2058 et 2368; A. Étienne et R. Brisson, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 208 et 288.

GÉOLOGIE. — *Structure d'ensemble du bassin Houiller et Permien de Graissessac.* Note (*) de M. **Jean Louis**, transmise par M. Pierre Pruvost.

Le développement progressif, de l'Est à l'Ouest, des formations inférieures, accompagné d'une disparition par érosion des bancs supérieurs, est le trait dominant de la structure du Houiller de Graissessac.

Inversement, si l'on chemine de Plaisance à la vallée de l'Orb, on voit affleurer des niveaux de plus en plus récents du Carbonifère et, finalement, le Permien inférieur représenté par des schistes et grès à *Walchia*; les grès rouges du Permien supérieur le surmontent.

On peut effectuer plusieurs importantes observations :

1° Entre Houiller et Permien inférieur existe une certaine discontinuité lithologique, marquée par un changement de nature des grès, par la réapparition brusque des conglomérats, devenus rares au sommet du Houiller. Ces conglomérats sont interstratifiés dans des grès et des schistes.

2° Dans la région axiale du bassin, les contours du Permien inférieur sont parallèles à ceux des affleurements des couches de houille.

3° Il n'existe pas de coupure nette entre Permien inférieur et supérieur, ainsi qu'on peut le constater entre Fontanilles et le Bousquet : on passe de l'un à l'autre par multiplication des lits de schiste, marne et grès rouges.

4° Les conglomérats du Permien supérieur sont interstratifiés au milieu des grès rouges appelés *ruffes*. Entre Fontanilles et le Bousquet, on voit même les *ruffes* apparaître à la base des premiers conglomérats. Ceux-ci, tout comme les formations de même nature du Permien inférieur, ne semblent pas ici en relation avec une phase tectonique importante.

5° Les mines de Graissessac ont creusé récemment trois travers-bancs partant du Permien supérieur pour aboutir dans le Houiller. Ces galeries n'ont recoupé que des failles franches, ne modifiant pas l'inclinaison des assises. Les pendages, relevés avec précision par les géomètres, aussi bien dans les bancs houillers que dans ceux du Permien inférieur et supérieur, sont concordants.

6° Deux sondages faits dans la région de Saint-Xist, à partir des *ruffes*, ont recoupé des épaisseurs de Permien inférieur et de Houiller sensiblement normales, ce qui implique, tout au moins dans l'aire même du bassin, l'absence d'une discordance angulaire entraînant une variation d'épaisseur.

7° En surface, on peut voir le Permien supérieur, entre Latour et le Bousquet, dessiner un synclinal prolongeant celui du Houiller.

(*) Séance du 9 octobre 1950.

5° Par contre, les conglomérats à galets de quartz du Trias inférieur, identiques à ceux qu'on observe dans les bassins du Gard et de Blanzy à la base de cet étage, reposent en discordance angulaire sur les grès rouges permiens.

Le Permien paraît donc jouer, par rapport aux assises supérieures du Carbonifère, le même rôle que ces dernières vis-à-vis des bancs inférieurs. Nous avons vu ceux-ci se réduire et disparaître vers l'Est tandis que se développaient dans cette direction les formations plus jeunes. Ces dernières, à leur tour, si l'on s'avance plus loin encore vers l'Est, diminuent d'épaisseur et cèdent la place au Permien; celui-ci peut finalement reposer sur le socle.

Ces observations laissent supposer l'existence d'un cycle permo-houiller durant lequel n'interviendrait aucune phase tectonique majeure. Les dépôts houillers commencent dans les régions occidentales du bassin, au centre d'une dépression qui doit être en relation avec la zone de mylonites séparant le sédimentaire de l'axe métamorphique, vérifiant une hypothèse de P. Termier. Ils s'étendent vers l'Est, chaque nouvelle assise débordant les limites de la précédente et reposant en partie sur le socle. A un certain moment, la sédimentation s'arrête à la suite d'une modification du régime des eaux. Elle reprend dans les mêmes conditions au Permien, dont l'aire de dépôt devient de plus en plus vaste. Parallèlement intervient une évolution progressive du climat entraînant un changement de nature des roches qui deviennent par instant grossières (apports torrentiels).

A la fin de l'époque permienne, le régime désertique domine, expliquant la formation des grès rouges.

D'importants plissements modifient ensuite profondément l'aspect de la région; une érosion succède, précédant elle-même le dépôt du Trias.

C'est enfin la tectonique tertiaire qui semble responsable de la plupart des accidents qui affectent le bassin de Graissessac. Nous les classerons en quatre groupes :

1° failles longitudinales WNW-ESE à effondrement Nord, visibles dans le Secondaire avec une amplitude comparable;

2° failles NNE-SSW, à effondrement Est, également marquées dans le Trias et le Jurassique;

3° une série d'accidents de même direction que les précédents mais à faible rejet en sens inverse;

4° de grandes failles E-W effondrant les terrains vers le Nord jalonnant le bord Sud du bassin. Nous n'avons pu vérifier si elles se prolongeaient dans le Secondaire.

Les accidents des deux premiers groupes sont certainement tertiaires; il en est probablement de même pour ceux des deux derniers groupes, sans qu'il soit possible de l'affirmer avec certitude.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur un procédé de mesure des charges portées par de fines particules électrisées.* Note de MM. **Louis Godard** et **Camille Lafargue**, présentée par M. Charles Maurain.

L'article décrit un procédé de mesure absolue de la charge électrique portée par de fines particules naturelles (brouillard, brume, pluie) ou artificielles (aérosols). De plus, une méthode d'analyse de la brume par captation électrostatique est décrite.

Les particules électrisées sont captées dans un fluide de viscosité connue η, placé entre les deux armatures verticales d'un condensateur plan. Ces armatures sont portées à des potentiels constants V_1 et V_2. Le déplacement L des particules soumises à l'influence du champ électrique pendant un temps t, est suivi et mesuré à l'aide d'un microscope à oculaire micrométrique.

S'il s'agit de particules sphériques de rayon R portant une charge électrique e, la loi de Stokes fournit en première approximation la relation

$$e = 6\pi\eta R \frac{L}{t} \frac{d}{V_1 - V_2},$$

où d représente la distance séparant les armatures planes du condensateur.

Cette méthode convient bien à la mesure des charges très faibles portées par des gouttes de pluie et de brouillard, des cristaux de neige ou des aérosols. Elle permet d'étudier une particule isolée ou, en prenant des clichés à divers instants, d'effectuer des statistiques d'ensemble. On peut ainsi établir dans chaque cas la loi de variation $e(R)$ des charges en fonction des dimensions des particules. Dans le cas des brouillards on peut effectuer des prélèvements en différents points du nuage.

Le choix du fluide est naturellement imposé par la nature des particules étudiées; le fluide doit être un isolant aussi parfait que possible et être complètement hydrofuge. Après avoir utilisé des huiles de paraffine, dans lesquelles l'eau est toujours légèrement soluble, notre choix s'est arrêté sur des silicones parfaitement hydrofuges, présentant en outre, grâce à leur structure de hauts polymères, une vaste gamme de densités et de viscosités.

Il reste malgré tout difficile d'étudier par ce procédé l'état électrique des particules de brume les plus ténues (diamètres de quelques dixièmes de micron). Aussi avons-nous mis au point la méthode suivante : La brume est aspirée à faible débit à travers un tube isolant de plexiglass, à base carrée, dont deux faces opposées peuvent être remplacées par des armatures de laiton recouvertes à l'intérieur d'une mince pellicule de plexiglass enduite de silicone. On établit entre les armatures une différence de potentiel continue. Les particules de brume aspirées à une extrémité du tube sont projetées électrostatiquement sur les parois de plexiglass, et retenues par la silicone. En choisis-

sant des silicones de viscosité moyenne, on peut ainsi effectuer une statistique des gouttes positives et négatives.

Mais la méthode dépasse largement cette seule application. Elle permet en effet la captation des gouttelettes de brume, et par suite leur étude : statistique des dimensions, et, après dessiccation, une étude des résidus cristallins. Il est intéressant de noter que l'emploi de silicones de faible viscosité permet, en favorisant les coalescences entre gouttes, d'obtenir après dessiccation de gros cristaux plus faciles à étudier.

Des expériences effectuées à l'Observatoire du Puy de Dôme ont montré que les résidus cristallins étaient en général des cubes plus ou moins bien conformés, isotropes en lumière polarisée. Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par H. Dessens à Labarthe-Inard (Haute-Garonne) après captation des gouttelettes de brume par des fils fins d'araignée [1].

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Variation diurne lunaire de la composante verticale du champ magnétique terrestre au Val-Joyeux.* Note de M. **Paul Rougerie**, présentée par M. Charles Maurain.

Suite d'une étude sur les variations magnétiques d'origine lunaire. Détermination des amplitudes et des phases des principales ondes caractérisant cette évolution.

Nous avons utilisé les valeurs horaires déduites des enregistrements recueillis dans cet observatoire entre le 1er janvier 1912 et le 31 mars 1937. Ces données initiales se répartissent régulièrement sur les mêmes lunaisons qui ont servi antérieurement à déterminer l'évolution diurne lunaire de la déclinaison magnétique [1]. Elles ont été traitées de la même façon et analysées au moyen de la même méthode décrite dans une précédente Note [2].

Les journées lunaires présentant une amplitude diurne supérieure à 70^γ n'interviennent pas dans notre statistique qui porte ainsi sur 8831 jours lunaires. La répartition saisonnière des diverses amplitudes apparaît analogue à celle constatée pour la déclinaison. L'amplitude la plus fréquente est de 8^γ en hiver et de 12^γ pendant le reste de l'année. Pour 31 journées l'écart entre les élongations extrêmes dépasse 100^γ. Les amplitudes comprises entre 7 et 14^γ ont une fréquence supérieure à 5 % et groupent 55 % environ de la totalité des jours.

Le développement en série de Fourier de chacune des 24 séries d'écarts lunaires résumant l'évolution moyenne pendant une lunaison complète nous a permis de vérifier convenablement la *loi des phases*, sauf pour l'onde diurne.

---

(1) *Annales de Géophysique*, 2, 1946, p. 343; 3, 1947, p. 68.

(2) P. Rougerie, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 67.

La variation graduelle de φ_1, égale à -2π au cours d'une lunaison n'a été trouvée qu'après élimination de la plus grande partie du résidu solaire important par rapport au terme lunaire cherché.

Voici pour les quatre ondes principales les valeurs de C_n en γ et de φ_n en degrés ramenés à 0^h de la nouvelle Lune :

	C_1.	φ_1	C_2.	φ_2.	C_3.	φ_3.	C_4.	φ_4.
	γ	^{o}	γ	^{o}	γ	^{o}	γ	^{o}
Été...........	0,18	243	0,95	340	0,34	296	0,01	82
Équinoxes.....	0,09	242	0,83	357	0,21	320	0,08	349
Hiver.........	0,19	243	0,75	337	0,08	313	0,03	342
Année........	0,08	320	0,83	354	0,18	316	0,04	350

Ce tableau met en évidence des variations saisonnières des ondes L_2, L_3 et L_4 semblables à celles dégagées pour les composantes correspondantes de la déclinaison, cependant moins accentuées dans le cas de l'amplitude de l'onde semi-diurne L_2. Celle-ci est nettement prépondérante alors que pour la variation solaire S les coefficients C_1 et C_2 sont sensiblement équivalents. Les amplitudes C_2 et C_3 passent par un maximum en été et par un minimum en hiver; comme pour la déclinaison, le terme quart-diurne C_4 prend sa plus grande valeur durant les mois d'équinoxes. La variation saisonnière de l'amplitude diurne L_1 apparaît mal définie.

L'évolution globale calculée pour chacune des huit phases lunaires principales à partir des coefficients C_n et φ_n de l'année indique pour la composante magnétique verticale une variation diurne ayant une forme encore plus simple que celle de la déclinaison. Comme pour ce dernier élément magnétique, la variabilité de l'ionisation des couches atmosphériques responsables du phénomène se manifeste modérément : le rapport des amplitudes de jour à celles de nuit atteint comme pour la déclinaison 1,3 environ.

ALGOLOGIE. — *Les cellules nageuses des Algues dans l'embranchement des Chromophycées*. Note (*) de M. **Marius Chadefaud**, présentée par M. Roger Heim.

Des *cellules nageuses* (zoospores, zoogamètes, espèces monadoïdes) existent dans deux des quatre grands embranchements d'Algues : les Chlorophycées, à chloroplastes toujours verts et amidon vrai, intra-plastidial, et les Chromophycées, à plastes parfois également verts, mais bien plus souvent jaunes ou bruns, voire bleus ou rouges, et inclusions amylacées, lorsqu'il y en a, constituées par des amylons extra-plastidiaux. Il n'y en a pas dans les deux autres grands embranchements, c'est-à-dire chez les Rhodo- et les Cyanophycées.

(*) Séance du 9 octobre 1950.

D'après leur morphologie (non leur cytologie) les *cellules nageuses des diverses Chromophycées* se rattachent à quatre types fondamentaux, qu'on peut présenter en une série *pseudo*-orthogénétique, de la façon suivante :

Type A, primitif (*fig.* 1) : symétrie axiale; pôle antérieur creusé d'une fosse vestibulaire en forme de *cratère*, au fond de laquelle sont insérés les fouets; ceux-ci, en nombre variable, sont du type isokonte, c'est-à-dire tous semblables et dirigés vers l'avant. Classe des *Pocillophycinées* (une seule esp, : *Pocillomonas flos-aquae* Steinecke).

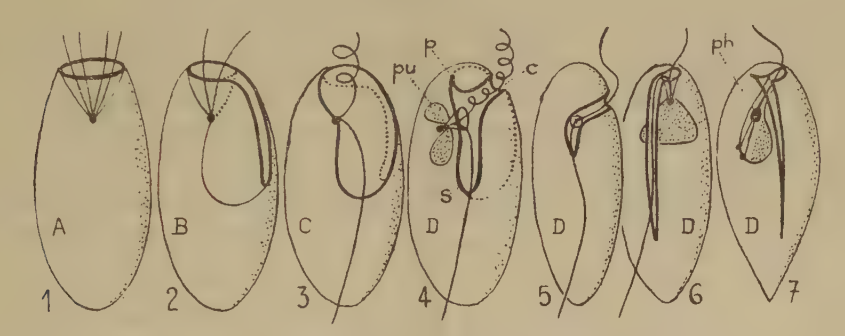


Fig. 1 à 7. — *Cellules nageuses des Chromophycées* (schémas).

En 2, 3 et 4, les lignes en pointillé permettent de comprendre comment chaque type dérive du précédent. En 4, 6 et 7, les pusules annexées aux puits flagellaires sont couvertes d'un pointillé. Sur toutes les figures, la ligne renforcée délimite l'orifice de la fosse vestibulaire.

Type B (*fig.* 2) : corps dorsiventralisé; cratère vestibulaire transformé, par égueulement, en une étroite et profonde *tranchée* longitudinale-ventrale; seulement deux fouets, insérés sur le fond de cette tranchée, en un point qui correspond au fond du cratère ancestral, et plus ou moins dissemblables, l'un d'eux tendant à se rabattre vers l'arrière. Classe des *Cryptophycinées* (ordres des Cryptococcales et des Cryptomonadales; chez certaines de ces dernières la tranchée vestibulaire est oblitérée).

Type C (*fig.* 3) : corps devenu asymétrique; tranchée convertie, par suppression de son flanc droit, en une *fossette* peu profonde, mais très largement ouverte, creusée sur la partie antérieure du côté droit du corps, qui fait désormais figure de face ventrale; fouets insérés sur le bord droit de la fossette, qui correspond au fond de la tranchée du type D, et avec disposition amphikonte, c'est-à-dire l'un antérieur, onduleux, dirigé obliquement vers l'avant, et l'autre postérieur, raide, dirigé obliquement vers l'arrière. Classe des *Phéophycinées* (des Ectocarpales aux Fucales) (1).

Type D (*fig.* 4) : corps également asymétrique; fossette réduite, par rétrécissement, à un système de trois *sillons*, qui sont : un *sulcus* logeant le fouet

(1) M. Chadefaud, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 1258.

postérieur (*s*), un *cingulum* logeant le fouet antérieur (*c*) et un *presulcus*, prolongeant le sulcus vers l'avant (*p*); fouets insérés dans un *puits flagellaire* qui, simple ou dédoublé, représente le fond du cratère primitif, et dans lequel débouchent des vésicules excrétrices, les *pusules* (*pu*). Classes :

a. des *Dinophycinées* (ordres des Dinotrichales, Dinococcales, Dinomonadales et leurs alliés), chez lesquelles le cingulum encercle en général complètement le corps, entre un lobe antérieur portant le presulcus et un lobe postérieur portant le sulcus (avec chez certaines Dinomonadales, les Adinides ou Desmokontes, suppression du lobe antérieur, par déplacement du cingulum jusqu'au pôle antérieur du corps);

b. des *Raphidophycinées* (ordre des Raphidomonadales = Chloromonadines), avec presulcus supprimé, et tantôt cingulum long et sulcus court g. (*Chattonnella*, *fig*. 5) [2], tantôt au contraire sulcus long et cingulum rudimentaire (g. *Gonyostomum* = *Raphidomonas*, *fig*. 6);

c. des *Euglénophycinées* (ordre des Euglénomonadales) avec, du moins en principe, encore un presulcus et un sulcus, mais le cingulum rudimentaire ou nul (*Euglena* cf. *caudata*, *fig*. 7) [3];

d. des *Chrysophycinées* (ordres des Chrysotrichales, Chrysococcales, Chrysomonadales et alliés, et ceux des Xanthotrichales, Xanthosiphonales, Xanthococcales, Xanthomonadales), qui sont apparentées aux précédentes par l'existence assez fréquente d'une pusule, ou encore, sur la base des fouets, d'un photocepteur comparable à celui (*fig*. 7, *ph*) des Euglènes [4], mais chez lesquelles une évolution régressive a réduit les sillons vestibulaires à une simple *encoche*, souvent peu distincte, servant à l'insertion de deux fouets dissemblables, égaux en longueur ou non, à disposition hétérokonte.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Les glucides du Topinambour*. III. *Données sur leur synthèse biologique*. Note de M. **Raymond Dedonder** et Mlle **Claude Buvry**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les travaux antérieurs, en particulier ceux de l'Abbé Colin [1], ont montré que la localisation des fructosanes du Topinambour n'était pas limitée aux tubercules. On les trouve dans la tige, et à l'automne même, dans le haut de la tige. On sait aussi que la feuille de topinambour est une feuille amylifère. Il était donc indiqué de rechercher la synthèse des fructosanes dans les parties aériennes de la plante.

---

(2) B. Biecheler, *Arch. Zool. exp.*, 78, N. et R., 1936, p. 79.
(3) M. Chadefaud, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 91, 1944, p. 115.
(4) R. Hovasse, *Le Botaniste*, 34, 1949, p. 243. Le photocepteur des Chrysomonadales a été également observé par P. Bourrelly (*inédit*).

(1) *Rev. gén. Bot.*, 37, 1925, p. 97; *Bull. Ass. Chim.*, 59, 1942, p. 179.

Nous avons d'abord cherché à localiser plus étroitement le lieu d'apparition des fructosanes. Nous avons pour cela utilisé des topinambours n° 219, récoltés vers le 15 août. Nous avons fait des extraits de : pétioles, sommets de tiges adventives, sommets de tiges principales, bas de tiges, collets, stolons et tubercules. Après défécation, nous avons porté selon notre technique habituelle ces extraits sur la ligne de départ d'un chromatogramme sur papier. Nous avons développé avec du phénol aqueux ou avec du butanol acétique. Nous avons révélé les cétoses et polyfructosanes avec le réactif à l'urée et le glucose avec le phtalate acide d'aniline.

Les résultats peuvent être ainsi résumés :

1° Les pétioles et sommets de tiges adventives ont une composition analogue montrant déjà l'existence d'une longue série d'au moins dix fructosanes;

2° Les sommets des tiges principales montrent une composition presque identique à celle des bas de tiges quant à la série des polymères. Ceci est confirmé par les pouvoirs rotatoires spécifiques situés au voisinage de — 80° pour les trois extraits;

3° On ne trouve pratiquement pas de fructose libre. Il apparaît seulement à l'état de traces dans les stolons;

4° On trouve, par contre, du glucose libre dans tous les extraits et en quantité plus importante dans le collet et dans les stolons;

5° La substance que l'un de nous a désignée sous le nom de corps A (²) et qui est constituée pour la presque totalité par du saccharose, en quantité importante dans les organes de transport, se trouve proportionnellement en quantité beaucoup plus faible dans les tubercules.

L'absence de fructose, la présence de saccharose nous ont fait penser que le saccharose pouvait jouer le rôle de forme de stabilisation et de transport de la molécule de fructofuranose.

Nous avons alors essayé l'action d'extraits diastasiques de sommets de tiges adventives sur du saccharose dans les conditions suivantes : 200^{mg} de saccharose — 2$^{cm^3}$ de tampon 0,2 M — 2$^{cm^3}$ d'extrait — toluène à 27° C. Nous avons opéré à pH 6,5 et 7 en milieu tampon phosphaté et non phosphaté. Nous avons ensuite déféqué après 24 heures, 48 heures et 4 jours et porté sur des chromatogrammes développés au butanol acétique.

Nous avons pu observer les résultats suivants :

1° Dans les milieux sans phosphate, le saccharose reste inaltéré;

2° Dans les milieux avec phosphate, une partie du saccharose disparaît avec formation d'une part du premier terme de la série des polymères que nous avons mis en évidence (corps B), d'autre part de glucose libre. Le phénomène est plus important à pH 6,5 qu'à pH 7. Les mêmes résultats sont obtenus avec une préparation enzymatique partiellement purifiée.

(²) R. Dedonder, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 997.

Il nous paraît encore prématuré de nous prononcer sur le mécanisme de cette synthèse.

En conclusion, nous avons pu mettre en évidence *in vitro* une synthèse qui joue très vraisemblablement un rôle physiologique dans la formation de la longue série des fructosanes du Topinambour. L'enzyme responsable supporte une purification partielle; les phosphates sont nécessaires.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Titrages sérologiques du virus de la Jaunisse de la Betterave* (Corium betæ *Holmes*) *dans les organes aériens de Betteraves industrielles et de porte-graines infectés.* Note de MM. **Yves Gendron** et **Pierre Limasset**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les jus extraits des feuilles en voie de croissance active de Betteraves porte-graines sont plus riches en antigène-virus que ceux provenant de feuilles ayant atteint un certain degré de maturité. Cette répartition, inverse de celle des Betteraves industrielles, confirme l'importance des porte-graines dans la transmission de la Jaunisse de la Betterave.

L'étude de la répartition du virus de la Jaunisse de la Betterave a été entreprise par A. Kleczkowski et M. A. Waston (1944) (1) sur des Betteraves industrielles. Des titrages sérologiques leur ont montré que les plus fortes teneurs en antigène spécifique caractérisaient les jus extraits des feuilles périphériques relativement âgées et présentant les symptômes typiques de la maladie. Un essai de transmission du virus réalisé à l'aide des insectes vecteurs a confirmé la pauvreté en virus des jeunes feuilles par rapport aux feuilles âgées.

Après avoir vérifié ces conclusions, il nous a paru intéressant d'étendre cette étude en examinant la répartition du virus dans les organes aériens de Betteraves porte-graines, contaminées l'année précédente à l'état de planchons. Les organes éprouvés, généralement de petites dimensions, fournissaient, après broyage, des quantités de jus le plus souvent insuffisantes pour se prêter à des dosages rigoureux. Nous nous sommes contentés d'évaluer la quantité de virus d'après l'intensité des floculats.

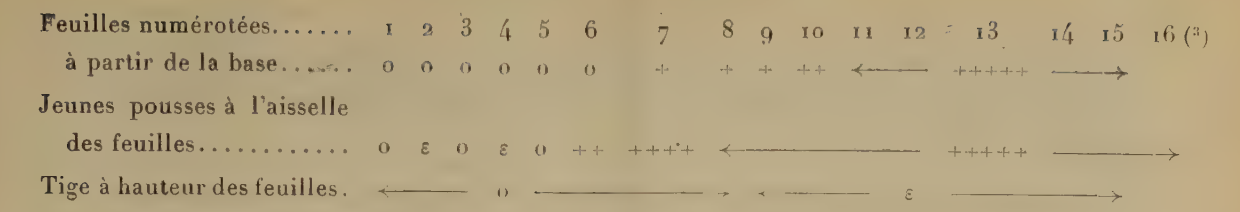
En effet, l'examen de préparations de titres connus avait montré qu'en utilisant un immunsérum convenablement dilué (24 fois par exemple), il était possible d'éviter pratiquement l'effet de zone, de sorte que l'importance relative des floculats donnait une idée exacte de la richesse en antigène. Les jus étaient extraits par simple pression et les dosages réalisés par la micro-méthode sérologique sur lame après 15 minutes d'incubation à 20° (2).

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-contre d'après un exemple.

---

(1) *Ann. Appl. Biol.*, 31, 1944, p. 116-120.

(2) P. Limasset et H. Augier de Montgremier, *Ann. Epiphyties*, 13, 1947, p. 173-185.



Feuilles numérotées à partir de la base	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16 (3)
	0	0	0	0	0	0	+	+	+	++	←——		++++++	——→		
Jeunes pousses à l'aisselle des feuilles	0	ε	0	ε	0	++	++++	←——					+++++	——	——→	
Tige à hauteur des feuilles	←——			0	——			→	←	——		ε	——		——→	

On voit donc que, contrairement à ce qu'on observe sur les plantes de première année, ce sont ici les organes jeunes, situés sur la moitié supérieure de la hampe florale, qui se montrent les plus riches en antigène spécifique. Jusqu'à preuve du contraire, il est permis d'admettre que la répartition de l'antigène fournit une image exacte de celle du virus, l'un et l'autre correspondant probablement à une entité unique.

Le comportement si différent de la Betterave à sucre, au cours des deux phases de son cycle végétatif, s'explique aisément si l'on songe que la première est caractérisée par l'emmagasinement des réserves avec un mouvement de sève élaborée prédominant en direction de la racine : le virus, charrié avec la sève élaborée, est alors difficilement transporté dans le bourgeon terminal. Au cours de la deuxième phase, l'utilisation des réserves de la racine pour la formation des graines se caractérise par un mouvement ascendant prédominant de la sève élaborée : il est naturel que ce mouvement favorise une accumulation du virus dans les parties jeunes. On a d'ailleurs montré (C. W. Bennett, 1939) que le virus de la Mosaïque du Tabac manifeste un tel mouvement ascensionnel au moment de la fructification du Tabac.

Les résultats relatés confirment l'importance considérable des porte-graines dans la transmission de la Jaunisse de la Betterave. Les pucerons vecteurs remontent en effet des parties devenues trop âgées en direction des organes jeunes en voie de croissance qui, chez les porte-graines, paraissent être de beaucoup plus riches en virus.

---

(3) Des réactions fortement positives ont été obtenues avec des organes trop petits pour être broyés, tels que bractées et pièces florales. De petits fragments, de 1^{mm} de côté au maximum, étaient écrasés entre lame et lamelle en présence de sérum. Cette technique due à T. Matsumoto et S. Hirane (*J. Soc. Trop. Agr.*, 7, 1935, p. 346-350) était améliorée par l'utilisation du fond noir. Des réactions correspondantes témoins étaient réalisées avec des organes de porte-graines sains d'une autre provenance.

CYTOLOGIE. — *Données caryologiques sur quelques Pulmonés basommatophores.* Note (*) de M. **Jean Le Calvez** et Mlle **Philomène Certain**, présentée par M. Louis Fage.

Les Mollusques Pulmonés fournissent depuis longtemps un abondant matériel aux cytologistes. Mais il faut constater que ce sont les Stylommatophores qui furent presque exclusivement utilisés. Et, dans le domaine de la caryologie comparée, les travaux de M. et de J. L. Perrot représentent la seule étude extensive ayant permis une certaine connaissance du groupe. Par contre, les *Basommatophores* furent à peu près complètement délaissés.

Notre enquête s'est bornée jusqu'ici à six espèces dulcaquicoles bretonnes, appartenant aux quatre principales des neuf familles de la faune française. Ce sont : *Limnea limosa*, *Physa acuta* et *P. fontinalis*, *Planorbis cornuta* et *P. vortex*, et *Ancylastrum costulatum*.

Les observations ont porté sur les divisions réductrices des éléments de la lignée germinale mâle, étudiées par la méthode de l'acéto-carmin selon la technique en usage dans notre laboratoire.

La comparaison des images obtenues permet de relever certains faits portant sur le nombre des chromosomes, leur forme, et la liaison nucléolaire. Tout d'abord, en ce qui concerne le nombre, les espèces étudiées rentrent dans deux groupes très inégaux. L'un comprend *Limnea limosa*, *Physa acuta*, *P. fontinalis*, *Planorbis cornuta* et *Planorbis vortex* qui ont toutes, dans les spermatocytes normaux, un nombre haploïde de 18, chiffre établi déjà par J. L. Perrot pour *Limnea stagnalis* (1). Au contraire, le nombre haploïde de *Ancylastrum costulatum* est bien plus élevé et se place aux environs de 59.

En ce qui concerne le type des chromosomes, la forme des tétrades diakinétiques et pro-anaphasiques semble indiquer que chez les espèces où $N = 18$, il s'agit en majorité ou en totalité de bivalents métacentriques avec un chiasma terminal à chaque bras. Par contre, les courts et nombreux éléments de *Ancylastrum* ne permettent aucune affirmation sur le mode d'insertion des chromosomes.

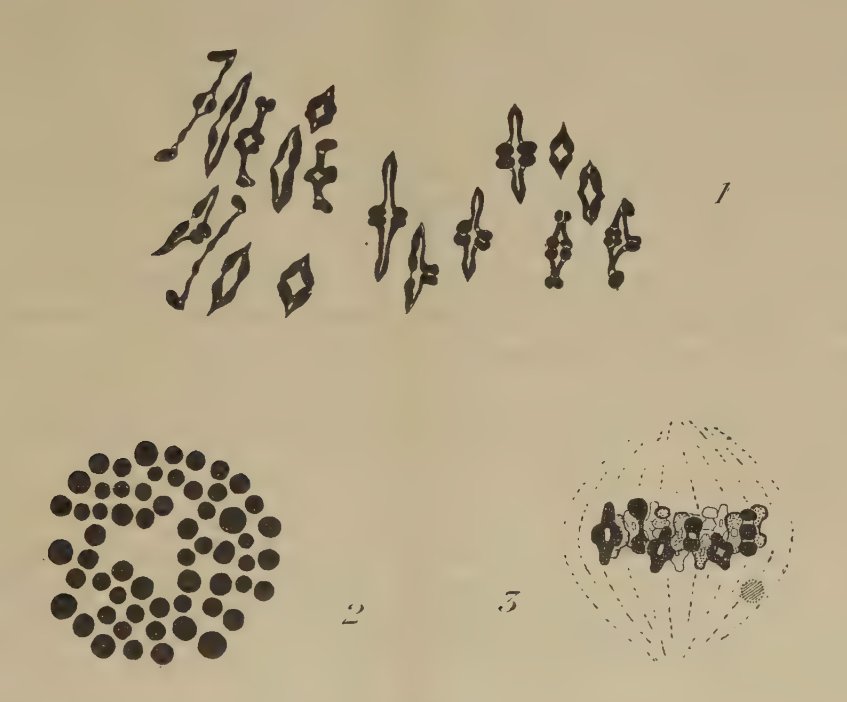
Chez toutes les espèces analysées, les prophases méiotiques confirment enfin le fait que le nucléole unique, visible au repos dans les spermatocytes de premier ordre, apparaît ultérieurement attaché à une extrémité d'un bivalent. Ces relations pouvaient déjà se reconnaître sur les figures de certains anciens auteurs ayant étudié la spermatogénèse des Pulmonés; elles viennent d'être récemment précisées, justement chez *Physa acuta* (2), et nous les avons

(*) Séance du 9 octobre 1950.

(1) *Rev. suisse de Zool.*, 41, 1934, p. 693-697.

(2) O. Tuzet et J. Mariaggi, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1790-1791.

aussi reconnues chez plusieurs Stylommatophores. Le nucléole est libéré dans le caryoplasme au cours de la prophase méiotique. Son individualité persiste plus ou moins tardivement suivant les espèces et, lorsqu'il est encore présent à la métaphase, on le retrouve hors de la plaque équatoriale (position qui paraît l'avoir fait prendre pour un hétérochromosome par certains descripteurs). Il se lyse dans le cytoplasme après la disparition de la membrane nucléaire.



Chromosomes de Pulmonés Basommatophores, lignée germinale mâle. 1, *Limnea limosa :* début d'anaphase I, plaque très étalée; 2. *Ancylastrum costulatum :* métaphase I en vue polaire; 3, *Physa fontinalis :* métaphase I de profil. Grossissement 3000.

Ces observations préliminaires montrent déjà une parenté caryologique indéniable entre les familles des Limnaeidæ, Physidæ et Planorbidæ européennes où le nombre chromosomique paraît être stabilisé à 18. Il faut noter au passage que ce nombre et son double approché (35) viennent d'être établis avec précision par Staiger (³) chez divers Prosobranches Sténoglosses. Par contre, dans la famille des Ancylidæ, le seul genre inventorié s'écarte notablement par son caryotype de celui des autres Basommatophores. Les chiffres respectifs : 59 et 18 parlent peu en faveur d'une polyploïdie possible; il faudrait peut-être voir les causes de ces différences dans un diphylétisme du groupe.

(³) *Chromosoma*, 6, 1950, p. 54-56.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de l'exercice musculaire sur la valeur de la glycémie de la Carpe* (Cyprinus Carpio *L.*). Note (*) de M. **Marcel Secondat**, transmise par M. Pierre-P. Grassé.

Le taux du sucre sanguin de la Carpe soumise à un effort musculaire intense et prolongé subit une élévation plus ou moins accentuée qui n'atteint pas sa plus haute expression au même moment chez tous les individus. Le retour à la glycémie normale s'effectue dans des temps très inégaux. Ces différences de comportement individuel semblent être en rapport avec la température de l'eau et avec la flèche d'hyperglycémie.

De précédentes recherches nous ont permis de mettre en évidence quelques modifications sanguines qui se manifestent chez la Carpe au cours d'un exercice musculaire intense et prolongé [1], [2], [3].

Poursuivant nos investigations, nous avons dosé le sucre sanguin sur des Poissons au repos, puis sur les mêmes sujets après les avoir contraints à un gros effort musculaire, aboutissant à une fatigue manifeste.

Nous avons opéré sur des sujets à jeun, d'un poids de 400 à 600^g c'est-à-dire capables de supporter plusieurs prises de sang dans la même journée.

Nos prélèvements ont été effectués par ponctions cardiaques, suivant la technique exposée dans une Note précédente [1]. Chaque sujet subissait quatre prises de sang successives : la première avait lieu avant l'exercice, la deuxième était pratiquée immédiatement après le travail musculaire, la troisième six heures après la fin de l'exercice, enfin un quatrième prélèvement était effectué 24 ou 48 heures après l'effort pour déterminer la durée de la perturbation glycémique.

Le dosage du sucre sanguin a été réalisé par la micro-méthode de Folin et Malmross. Ce procédé, qui ne nécessite que 1/10 de centimètre cube de sang, nous a permis d'opérer des prélèvements rapides et d'éviter ainsi l'hyperglycémie asphyxique.

Les résultats obtenus figurent dans le tableau ci-contre.

L'examen de ces chiffres nous permet de dégager les constatations suivantes :

1° Le taux du sucre sanguin de la Carpe au repos et à jeûn présente des variations individuelles très considérables, oscillant entre des valeurs extrêmes très larges.

(*) Séance du 7 août 1950.

(1) M. Secondat et D. Diaz, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 71.

(2) R. Auvergnat et M. Secondat, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 92.

(3) M. Secondat, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1787.

2° Les chiffres qui traduisent l'influence de l'exercice musculaire sur le taux du sucre sanguin de la Carpe nous offrent à considérer successivement les variations de la glycémie après l'effort et le temps de retour à la glycémie normale.

Glycémie en grammes pour mille.

Carpe.	Au repos.	Immédiat. après l'exercice.	6 heures après l'exercice.	24 heures après l'exercice.	48 heures après l'exercice.	Flèche d'hyper-glycémie.	Tempé-rature. de l'eau.
1.....	0,400	0,500	0,450	–	–	0,100	18–20° (juin)
2.....	0,500	0,800	–	0,600	–	–	
3.....	0,400	1,100	1,300	1,000	–	0,900	
4.....	0,350	1,000	1,100	1,000	–	0,750	
5.....	0,575	0,750	0,650	–	–	0,175	
6.....	0,408	0,600	0,475	–	–	0,192	19–22° (sept.)
7.....	0,475	0,525	0,500	–	–	0,050	
8.....	0,550	0,950	1,575	0,625	–	1,025	
9.....	0,475	0,880	1,100	0,500	–	0,625	
10.....	0,575	0,825	–	0,625	–	–	
11.....	0,575	0,575	1,275	–	1,050	0,700	6–8° (janv.)
12.....	0,850	0,850	1,275	–	1,050	0,425	
13.....	0,475	0,400	0,975	–	0,825	0,500	
14.....	0,600	0,525	1,250	–	1,000	0,650	
15.....	0,425	0,400	0,950	–	0,825	0,525	
16.....	0,400	0,400	0,950	–	0,875	0,550	

Après l'effort, on note dans tous les cas une élévation plus ou moins accentuée de la glycémie; il apparaît en outre que cette élévation du taux du sucre sanguin n'atteint pas sa plus haute expression au même moment chez tous les individus.

La durée de la perturbation glycémique varie dans des limites très larges, le retour à la glycémie initiale s'effectuant dans des temps très inégaux qui sont compris, suivant les sujets, entre quelques heures et plusieurs jours.

Ces différences observées dans le comportement individuel des Carpes d'expérience semblent être en rapport, d'une part avec les valeurs de la flèche d'hyperglycémie, d'autre part avec les variations de la température de l'eau.

PHYSIOLOGIE. — *Un nouveau procédé d'enregistrement des phénomènes physiologiques captés à l'aide d'appareils électro-mécaniques.* Note (*) de M. **Robert Lemaire**, présentée par M. Léon Binet.

Au cours de ces dernières années, certains auteurs ont enregistré sur un même film plusieurs phénomènes physiologiques après avoir transformé

(*) Séance du 9 octobre 1950.

l'énergie mécanique développée en énergie électrique. Ces recherches furent réalisées à l'aide de « capteurs » et « d'amplificateurs » conçus selon des principes très différents, mais quel que soit le type des appareillages employés,

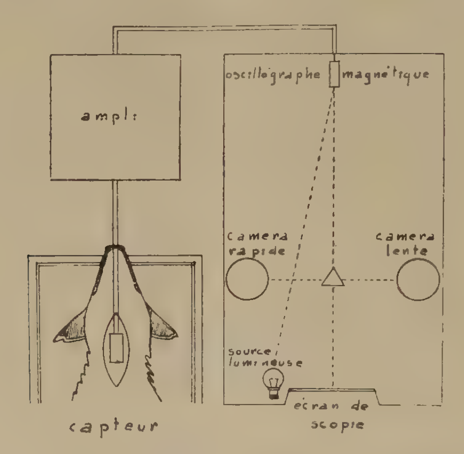


Fig. 1. — Schéma d'un dispositif d'enregistrement bi-cinétique.

l'interprétation des documents graphiques fut souvent rendue délicate par l'obligation d'enregistrer à une même vitesse des phénomènes physiologiques de fréquence propre différente.

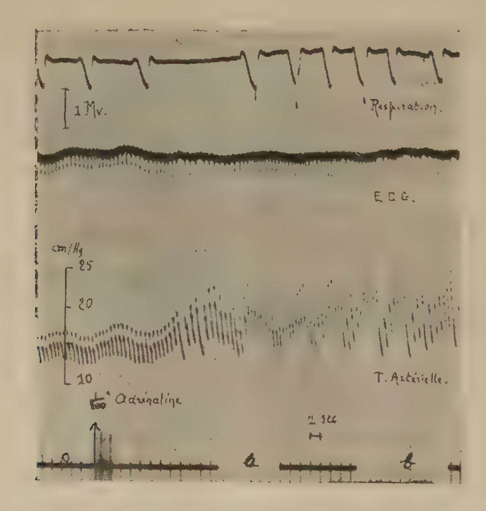
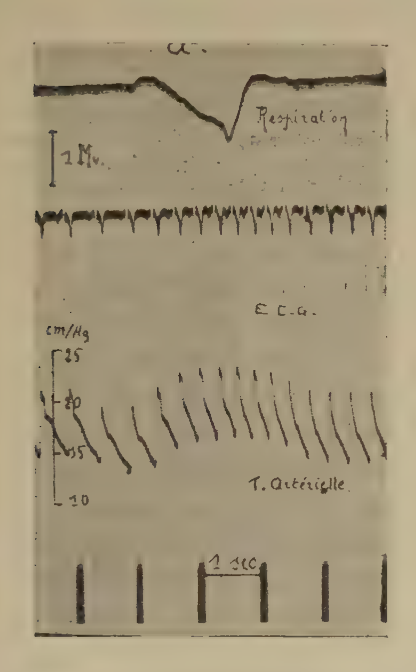


Fig. 2. — Enregistrement à une vitesse lente (2mm,5/sec) de trois phénomènes physiologiques chez le Chien chloralosé (♂ 12kg). *De haut en bas* : Mouvements thoraciques. Électrocardiogramme ou CF4. Pression carotidienne. Temps en secondes. Synchronisation. Au top de signalisation = injection dans la veine saphène de 1/200e de milligramme d'adrénaline par kg. En *a* et *b* deux tops de synchronisation.

Le procédé que nous avons mis au point tend à supprimer cet inconvénient. Le principe consiste à enregistrer au même moment les mêmes phénomènes à l'aide de deux caméras animées de vitesse différente. Les réactions physiolo-

giques étudiées sont, les unes dérivées par des électrodes, les autres transformées en un phénomène électrique si elles étaient de nature mécanique ou chimique. L'énergie électrique obtenue est amplifiée, puis appréciée à l'aide de galvanomètres. Un dispositif optique simple divise les faisceaux lumineux réfléchis par les galvanomètres en trois parties. Tandis que l'une impressionne une caméra déroulant à une vitesse lente, l'autre est déviée sur une seconde



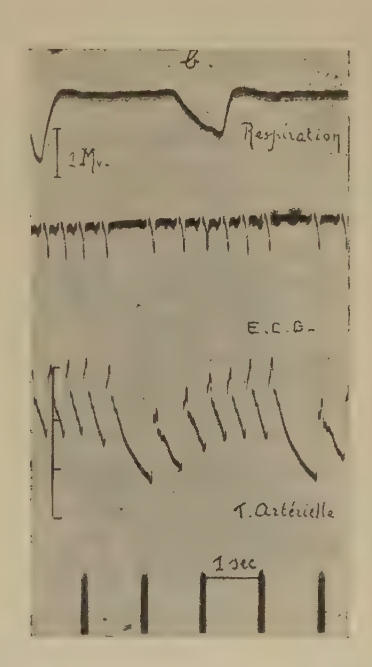


Fig. 3. — *a*. Mêmes phénomènes que figure 2 enregistrés à une vitesse rapide (12mm,5/sec) pendant le temps marqué par le top de synchronisation (*a*). — *b*. Mêmes phénomènes que figure 2 enregistrés à une vitesse rapide (12mm,5/sec) pendant le temps marqué par le top de synchronisation (*b*).

caméra déroulant à une vitesse rapide. Le troisième faisceau réfléchi est arrêté par un écran, ce qui permet d'en suivre à la scopie les déplacements (*fig*. 1). En donnant aux caméras des vitesses de déroulement choisies en fonction de la fréquence des phénomènes que l'on veut étudier, il est possible de suivre à la fois les variations lentes et les variations rapides de ces mêmes phénomènes.

Ainsi au cours d'une expérience, plusieurs phénomènes physiologiques sont enregistrés à l'aide de la caméra déroulant à vitesse lente (*fig*. 2). Le moment où est produite l'agression y est indiqué par le top de signalisation. Et tandis que les effets apparaissent à la scopie et s'inscrivent sur le film à déroulement lent, on procède à volonté aux enregistrements effectués à l'aide de la caméra animée d'une vitesse rapide (*fig*. 3, *a* et *b*). La durée et le moment de ces derniers enregistrements sont notés sur le graphique A de référence grâce aux tops de synchronisation.

Cette technique réalise l'enregistrement multicinétique de plusieurs manifestations physiologiques, quelles qu'en soient leur nature (mécanique, bioélectrique, chimique) et leur fréquence [1].

BIOLOGIE. — *Sur la différenciation de deux catégories constantes d'Érythrocytes anucléés, chez l'Homme adulte, par la recherche des peroxydases dans le sang frais.* Note (*) de MM. **Pierre Brocq** et **Théodore Stéphanopoli**, présentée par M. Robert Courrier.

La diversité d'états de l'hémoglobine dans le sang circulant se vérifie par l'étude des peroxydases érythrocytaires. La distribution de celle-ci n'est point toujours identifiable à la zone effective de maturation hémoglobinique; elle s'en distingue à divers degrés dans les formes jeunes principalement. Les Érythrocytes se divisent en deux grandes classes nettement différenciées.

La recherche des peroxydases dans les Érythrocytes du sang humain nous permet de déceler plusieurs variétés de globules rouges qui se distinguent par leur inégale activité vis-à-vis d'une solution aqueuse de benzidine en présence d'eau oxygénée [1]. On tend généralement à admettre que le pouvoir peroxydasique de ces globules anucléés est exercé par l'hémoglobine seule, et notre constatation d'une profonde diversité de leur action enzymatique semblait s'expliquer à première vue par une distribution inégale du pigment respiratoire. Le problème nous parut plus complexe lorsqu'à la faveur d'une adaptation convenable de la technique, il nous fut donné d'observer que la teneur en peroxydase n'était pas proportionnelle à la concentration de l'hémoglobine, mais inverse, au contraire, toujours particulièrement élevée dans les globules immatures ou plus ou moins hémolysés.

A côté de quelques aspects intermédiaires, deux états de la substance enzymatique se présentent couramment, qui répondent à deux phases opposées de l'évolution érythrocytaire, et que la réaction peroxydasique traduit par des colorations très distinctes. Le phénomène s'inscrit explicitement dans un partage de la masse des Érythrocytes du sang circulant en deux vastes catégories qu'il convient de préciser.

Nous recevons une goutte de sang prélevée au doigt dans 1^{cm^3} de liquide isotonique, de préférence le sérum de Quinton. Le réactif est composé d'une solution de benzidine additionnée de citrate de soude acide. Régulièrement, nous observons des hématies fortement colorées en bleu violacé, larges, biconvexes ou lenticulaires, d'une part; et des hématies d'aspect réfringent,

---

(1) M. B. Cieutat nous a aidé dans la construction et la mise au point des appareils que nous avons utilisés.

(*) Séance du 24 juillet 1950.

(1) P. Brocq et Th. Stephanopoli, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1614.

incolores ou de teinte ocre, et arrondies ou hémi-sphériques, d'autre part. Ajoutons que les premières sont visiblement d'un bien plus grand volume que les secondes, très voisines d'apparence des Réticulocytes ou des Érythrocytes polychromatophiles, et paraissent, comme ceux-ci, incomplètement évolués.

La réaction peroxydasique différencie mieux encore ces deux catégories de globules rouges en conférant aux larges éléments bleus ou bleu-violacés une affinité particulière pour les colorants basiques, les globules sphériques et ocres restant très acidophiles. La basophilie des premiers paraît se manifester à la suite d'une transformation de l'hémoglobine des stades de jeunesse en méthémoglobine, produit immédiat d'oxydation, qui signe cette affinité nouvelle (2). Il s'agit dans ce cas d'une sensibilité particulière à l'action de l'oxygène, qui caractériserait le pigment des jeunes générations de globules, et qui s'accorderait pleinement, au surplus, avec les constatations de Warburg (3) sur l'oxydabilité des Érythrocytes de nouvelle formation.

Deux formes générales de l'action enzymatique des Erythrocytes se distinguent de la sorte, et il appert qu'une pareille dualité se rattache à deux phases distinctes du développement du chromoprotéide. Initialement, le support des propriétés fermentaires se montre sous les aspects d'une substance finement granuleuse, que la réaction à la benzidine colore avec le plus d'intensité et fait ensuite apparaître basophile; plus tard, ou en d'autres formes de globules, ce substrat présente une structure amorphe, qui s'homogénéise peu à peu et tend à reproduire la forme soluble du pigment de la maturité, pour acquérir, alors, sous l'influence du réactif, une teinte ocre ou jaune or.

Le dualisme fonctionnel et structural ainsi dégagé vient à l'appui des données récemment recueillies, grâce à l'emploi du fer radioactif, sur l'existence de deux métabolismes différents de l'hémoglobine du sang animal (4); et il souligne la valeur des acquisitions antérieurement obtenues par diverses autres techniques, dédoublement des hémolysats au moyen de bases (5), comparaison des courbes de solubilité en fonction des concentrations croissantes en sels neutres (6), détermination du pouvoir moussant (7), qui concourent à démontrer l'hétérogénéité de l'hémoglobine humaine.

---

(2) Hubner, *Klin. Wochenschrift*, 1941, p. 137.

(3) *Métabolisme cellulaire*, t. I, 1928, p. 47.

(4) G. Schapira, J. Cl. Dreyfus et J. Kruh, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1614.

(5) F. Haurowitz, *Zischr. f. Physiol.*, 186, 1930, p. 141; 232, 1935, p. 141.

(6) E. F. Mac Carthy, *Journ. of physiol.*, 81, 1933, p. 206; 86, 1936, p. 77; 102, 1943, p. 55.

(6) J. Roche, J. Derrien et M. Moutte, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 23, 1941, p. 1114; J. Derrien et J. Roche, *C. R. Soc. Biol.*, 112, 1948, p. 1001.

(7) A. Dognon et L. Gougerot, *Bull. Soc. Chem. biol.*, 29, 1947, p. 701; *C. R. Soc. biol.*, 42, nos 23-24, 1948, p. 1490.

Nos recherches sur les peroxydases érythrocytaires établissent le fait d'une évolution de la matière du pigment respiratoire dans le corps des globules rouges. Les propriétés évolutives du chromoprotéide sont attestées par une succession de transformations de sa puissance enzymatique et elles expliquent l'opposition continuelle de deux types de développement ou de deux grandes classes d'Érythrocytes dans le sang circulant.

BIOLOGIE. — *Attraction entre reine et ouvrières d'Abeilles* (Apis mellitica). Note (*) de M. **Jacques Lecomte**, transmise par M. Pierre-P. Grassé.

Il est possible d'étudier l'attraction exercée par la reine sur les ouvrières, au moyen d'un dispositif déjà employé pour étudier l'attraction entre les ouvrières ([1]). Les Abeilles, endormies à l'anhydride carbonique, ont le choix, à leur réveil, pour la formation de la grappe, entre deux cagettes grillagées : l'une contenant une reine, l'autre vide.

A l'aide de cette technique, a été éprouvé le pouvoir attractif de la reine fécondée et de la reine vierge à l'égard des ouvrières de la même ruche, des ouvrières d'une ruche différente et des ouvrières d'une ruche orpheline. Dans tous ces cas, le résultat a été positif, la cagette contenant la reine est toujours choisie sans qu'une différence de comportement ait pu être observée.

Enfin, aucune perturbation n'est apportée si la cage contenant la reine est à doubles parois de grillage fin, les parois étant distantes l'une de l'autre de deux centimètres.

Après la mort, le cadavre de la reine reste attractif pendant au moins trois jours. L'abdomen seul de la reine est également attractif; par contre, ni le thorax, ni la tête ne le sont.

Enfin, une cage ayant contenu pendant au moins trois heures une reine attire sûrement les ouvrières.

Ces quelques expériences permettent de conclure à l'existence d'un chimiotactisme responsable de l'attraction manifestée par les ouvrières à l'égard de la reine.

Quant à une éventuelle attraction de la reine par les ouvrières, des expériences très simples permettent de démontrer son existence. En effet, la reine errant dans une caisse de bois contenant deux cages grillagées, l'une habitée par des ouvrières, l'autre vide, s'arrête toujours de préférence sur la cage habitée si celle-ci est à simple paroi, mais si elle est à double parois, aucune préférence n'est plus observée. De même, la reine n'est nullement attirée par des ouvrières mortes ou par la combinaison d'Abeilles mortes et d'Abeilles enfermées qui

---

(*) Séance du 7 août 1950.

([1]) *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 857-858.

permet la reconstitution du double stimulus olfactif et vibratoire, responsable de l'attraction pour les ouvrières. Cette combinaison a été réalisée de la manière suivante : la cage grillagée, proposée aux ouvrières pour former leur grappe, contenait d'une part des ouvrières mortes à l'air libre, d'autre part des ouvrières vivantes enfermées dans une boîte métallique ([2]).

Le comportement de la reine à l'égard des ouvrières serait non une attraction à distance, mais une sorte de *piégeage* dû, sans doute au fait que les ouvrières nourrissent, à travers la paroi grillagée simple, la reine qui reste alors auprès de ses nourrices.

Il est aussi possible de mettre en compétition le pouvoir attractif, pour des ouvrières, de deux cagettes A et B, l'une contenant d'autres ouvrières, et l'autre une reine. En faisant varier le nombre des ouvrières, les résultats suivants ont été obtenus :

Cagette A........	100 ouvrières	90% des ouvrières vont en A
Cagette B........	1 reine	10% vont en B
Cagette A........	75 ouvrières	Résultats semblables
Cagette B........	1 reine	
Cagette A........	50 ouvrières	50% vont en A, 50% en B
Cagette B........	1 reine	
Cagette A........	25 ouvrières	100% des ouvrières vont en B
Cagette B........	1 reine	

Dans ces expériences, les ouvrières et les reines provenaient de la même ruche.

Le nombre cinquante a déjà été trouvé lors d'une étude sur la formation de la grappe par les ouvrières; ce nombre semble marquer la limite au-dessous de laquelle les effets de l'interaction ne se font plus sentir.

D'autre part, si les ouvrières ont le choix pour former leur grappe, entre deux cagettes l'une contenant leur propre reine, l'autre une reine étrangère, il est possible d'observer la formation de deux grappes d'égale importance, entourant chacune les deux reines.

Enfin, si les ouvrières ont à choisir entre deux reines étrangères fécondées, il se forme également deux grappes, mais si l'une des deux est vierge, elle est délaissée au profit de la fécondée. Ainsi, en accord avec la tradition apicole, il existe bien une attraction des ouvrières par la reine, attraction à point de départ probablement chimique, localisé dans l'abdomen et persistant après la mort; une reine fécondée serait plus attractive qu'une reine vierge.

([2]) Sur le déterminisme de la formation de la grappe chez les Abeilles. En cours de publication dans : *Zeitschrift für vergleichende Physiologie.*

En sens inverse, il n'y aurait pas d'attraction, les ouvrières n'attirent pas la reine, même quand il s'agit d'individus appartenant à une ruche orpheline. Fait contraire à une autre tradition apicole voulant que les Abeilles soient capables d'attirer la reine.

A 15h30m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h10m.

L. B.

ERRATA.

(*Comptes rendus* du 3 juillet 1950.)

Note présentée le 19 juin 1950, de M. *Michel Loève*, Lois pondérées et le problème limite central :

Page 27, 2e ligne, *au lieu de* Sans, *lire* Sous.